Signale und Systeme II

Modulklausur WS 2017/2018

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 16.03.2018

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/34	/33	/33

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme II

Modulklausur WS 2017/2018

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	16.03.2018
Zeit:	09:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	OS75 - Hans-Heinrich-Driftmann-Hörsaal (ehem. Hörsaal 3)

Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Fünf Minuten und eine Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden.
- Alle Hilfsmittel – außer die Kommunikation mit anderen Personen – sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die Verteilungsfunktion eines Zufallsprozesses mit den Unbekannten $a,b,c \in \mathbb{R}$ und der Eulerschen Zahl e:

$$F_x(x) = \begin{cases} a, & \text{für } x < 1 \\ \ln(5b \cdot x), & \text{für } 1 \le x \le e \\ c, & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Bestimmen Sie die Unbekannten a, b, c. (3 P)

$a = 0,\ b = \frac{1}{5},\ c = 1$

(b) Berechnen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte mit den Ergebnissen aus *(a)*. (3 P)

Es gilt $f_x(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} F_x(x)$.

$$f_x(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < 1 \\ \frac{1}{x}, & \text{für } 1 \le x \le e \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(c) Berechnen Sie das erste und zweite Moment des Zufallsprozesses. (6 P)

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\{x\} &= \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^e \frac{x}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[x\Big]_1^e = e - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\{x^2\} &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_x(x)\,\mathrm{d}x = \int_1^e \frac{x^2}{x}\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e = \frac{e^2 - 1}{2} \end{aligned}$$

(d) Berechnen Sie nun das zweite zentrale Moment des Zufallsprozesses. (2 P)

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\left\{(x - \mathrm{E}\{x\})^2\right\} &= \mathrm{E}\{x^2\} - \mathrm{E}^2\{x\} \\ &= \frac{e^2-1}{2} - (e-1)^2 \\ &= 2e - \frac{e^2}{2} - 1.5 \end{aligned}$$

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die folgende Verbundwahrscheinlichkeitsdichte:

$$f_{v_1,v_2}(v_1,v_2) = \begin{cases} \alpha \cdot v_1 \cdot e^{-\beta\left(v_2-\gamma\right)^2}, & \text{für } 2 \le v_1 \le 3 \ \wedge \ v_2 \in \mathbb{R} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Freiheitsgrade α, β, γ sind zunächst unbekannt und werden als reelle Zahlen angenommen.

(e) Berechnen Sie die Randdichte $f_{v_2}(v_2)$. (3 P)

$$\begin{aligned} f_{v_2}(v_2) &= \int_2^3 f_{v_1,v_2}(v_1,v_2)\,\mathrm{d}v_1 \\ &= \left[\alpha \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot e^{-\beta\left(v_2-\gamma\right)^2}\right]_{v_1=2}^{v_1=3} \\ &= \frac{5\,\alpha}{2} \cdot e^{-\beta\left(v_2-\gamma\right)^2}, \ v_2 \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

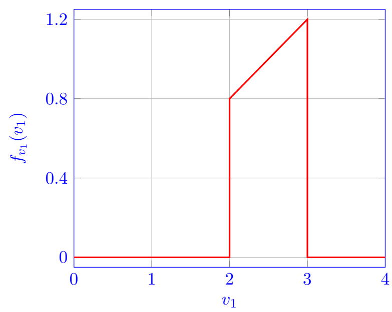
(f) Bestimmen Sie α so, dass $f_{v_2}(v_2)$ einer Gaußverteilung entspricht. (3 P)
Aus dem Vergleich mit der bekannten Wahrscheinlichkeitsdichte folgt $\frac{5\,\alpha}{2} \overset{!}{=} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$ und $\beta \overset{!}{=} \frac{1}{2\sigma^2}$. Daraus folgt $\alpha = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi}}$.

(g) Bestimmen Sie $f_{v_1}(v_1)$ unter der Annahme, dass v_1 und v_2 statistisch unabhängig voneinander sind. Skizzieren Sie $f_{v_1}(v_1)$ anschließend in einem geeigneten Intervall. (4 P)
Es gilt $f_{v_1,v_2}(v_1,v_2) = f_{v_1}(v_1) \cdot f_{v_2}(v_2)$.

$$f_{v_1,v_2}(v_1,v_2) = \begin{cases} \frac{2}{5}v_1 \cdot \frac{5\,\alpha}{2} \cdot e^{-\beta\left(v_2-\gamma\right)^2} \\ 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{2}{5}v_1 \cdot f_{v_2}(v_2), & \text{für } 2 \le v_1 \le 3 \ \wedge \ v_2 \in \mathbb{R} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Daraus folgt:

$$f_{v_1}(v_1) = \begin{cases} \frac{2}{5}v_1, & \text{für } 2 \le v_1 \le 3 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Das reelle Ausgangssignal $y(n)$ eines LTI-Systems wird allgemein durch folgende Gleichung beschrieben, wobei $v(n)$ das reelle Eingangssignal des Systems ist:

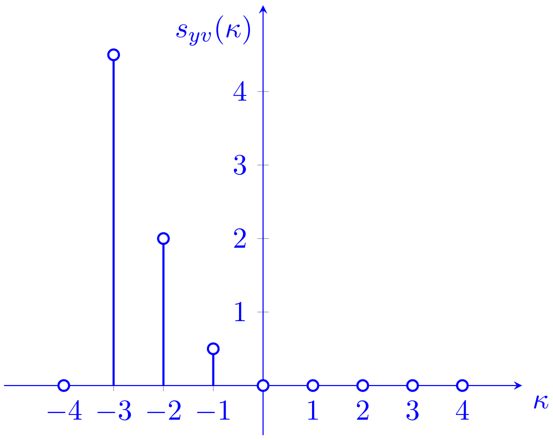
$$y(n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_0(i)\, v(n-i), \quad h_0(i) \in \mathbb{R}.$$

(h) Geben Sie einen ähnlichen Zusammenhang für die Korrelationsfunktionen $s_{yv}(\kappa)$ und $s_{vv}(\kappa)$ der Signale bei stationärer Anregung an. Wie lässt sich dieser Ausdruck mittels eines Faltungsoperators schreiben? (2 P)

$$s_{yv}(\kappa) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_0(-i)\, s_{vv}(\kappa - i) = h_0(-\kappa) * s_{vv}(\kappa)$$

Nun wird das System mit idealem weißen Rauschen ($m_v = 0,\ \sigma_v^2 = 0.5$) angeregt. Zusätzlich gilt $h_0(i) = i^2$ im Intervall $0 < i < 4$ und $h_0(i) = 0$ sonst.

(i) Skizzieren Sie $s_{yv}(\kappa)$ mit allen notwendigen Angaben. (5 P)



(j) Berechnen Sie $S_{yv}(e^{j\Omega})$. (3 P)
Nutze Korrespondenzen:

$$S_{yv}(e^{j\Omega}) = \mathscr{F}\{s_{yv}(\kappa)\} = 0.5e^{j\Omega} + 2e^{j2\Omega} + 4.5e^{j3\Omega}$$

Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

Gegeben sei folgende Differenzengleichung eines linearen zeitinvarianten Systems mit Eingang $v(n)$ und Ausgang $y(n)$:

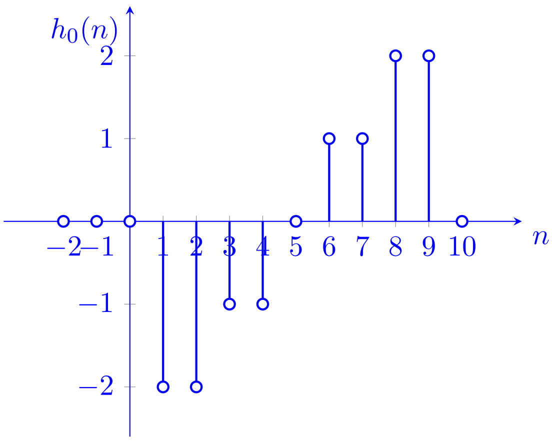
$$y(n) = y(n-1) - 2v(n-1) + v(n-3) + v(n-5) + v(n-6) + v(n-8) - 2v(n-10).$$

(a) Wie lautet die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems? (3 P)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{-2z^{-1} + z^{-3} + z^{-5} + z^{-6} + z^{-8} - 2z^{-10}}{1 - z^{-1}}$$
$$= -2z^{-1}\frac{z}{z-1} + z^{-3}\frac{z}{z-1} + z^{-5}\frac{z}{z-1} + z^{-6}\frac{z}{z-1} + z^{-8}\frac{z}{z-1} - 2z^{-10}\frac{z}{z-1}$$

(b) Wie lautet die Impulsantwort des Systems? Zeichnen Sie diese für $-3 < n < 11$. (5 P)
Inverse z-Transformation des Ergebnisses aus *(a)* (bzw. Anregung des Systems mit $v(n) = \gamma_0$) ergibt:

$$h_0(n) = -2\gamma_{-1}(n-1) + \gamma_{-1}(n-3) + \gamma_{-1}(n-5) + \gamma_{-1}(n-6) + \gamma_{-1}(n-8) - 2\gamma_{-1}(n-10)$$



(c) Besitzt das System einen direkten Durchgriff? Begründen Sie anhand Ihres Ergebnisses aus *(b)*. (1 P)
Nein, da $h(0) = 0$.

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

Nun sei folgende Gleichung eines linearen zeitinvarianten Systems mit Eingang $v(n)$ und Ausgang $y(n)$ gegeben:

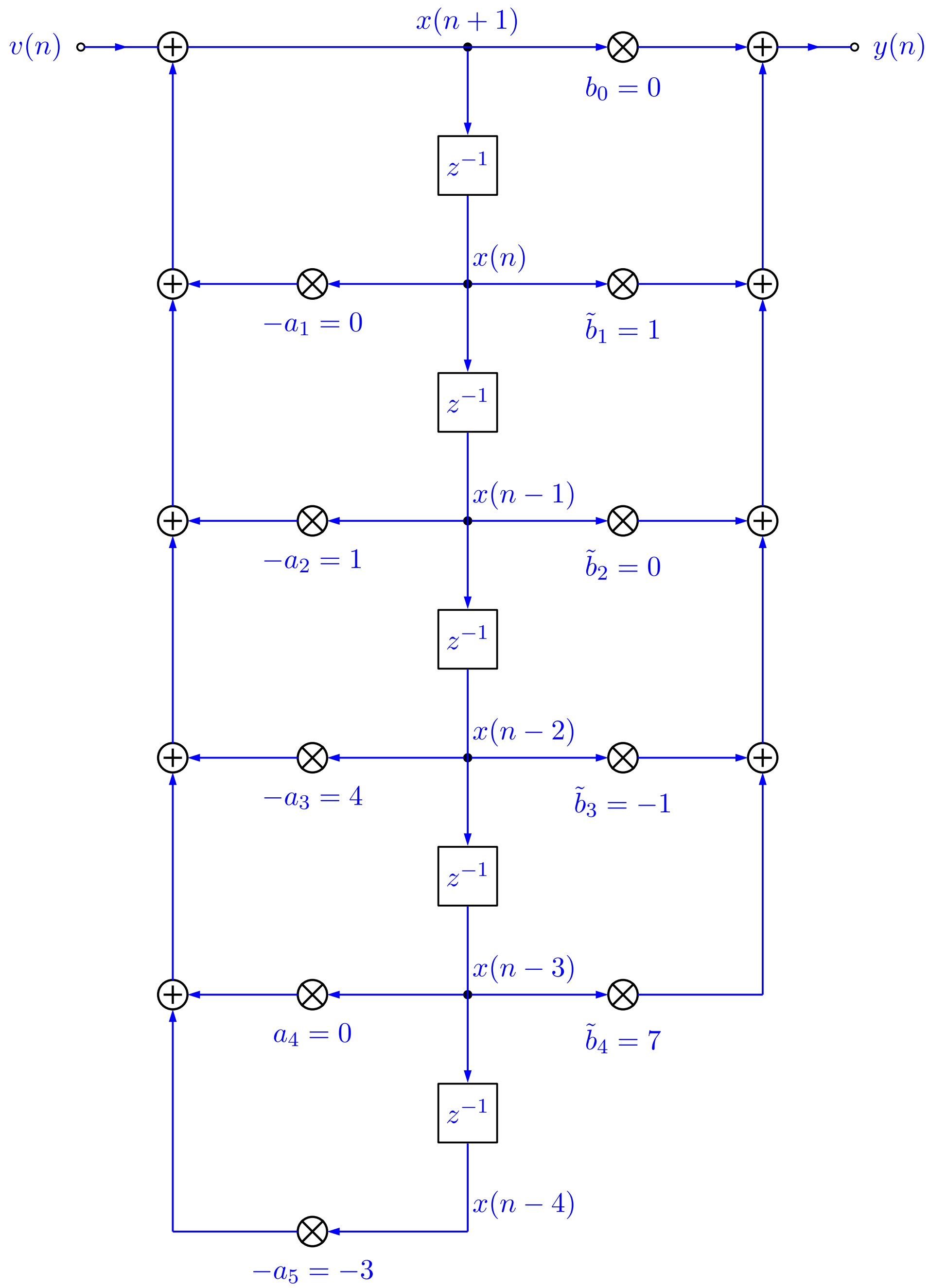
$$y(n+4) = y(n+2) + 4y(n+1) - 3y(n-1) + v(n+3) - v(n+1) + 7v(n)$$

(d) Zeichnen Sie den Zustandsraumgraphen der Direktform II. (5 P)

Da LTI-System kann die Gleichung wie folgt umgeschrieben werden:

$$y(n) = y(n-2) + 4y(n-3) - 3y(n-5) + v(n-1) - v(n-3) + 7v(n-4)$$

Die Direktform II lautet:



(e) Besitzt das System einen direkten Durchgriff? Begründen Sie. (1 P)

Nein, da $v(n)$ keinen direkten Einfluss auf $y(n)$ besitzt ($b_0 = 0$).

(f) Bestimmen Sie die Matrizen **A**, **B**, **C**, **D** des Zustandsraums gemäß der Definition aus der Vorlesung. Geben Sie zusätzlich Ihre Definition des Zustandsvektors an. Beziehen Sie sich dabei auf Ihr Ergebnis aus *(d)*. (4 P)

Laut Skript (IX-32) und Definition der Zustände gemäß Aufgabenteil (d):

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x(n) & x(n-1) & x(n-2) & x(n-3) & x(n-4) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 & -a_5 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

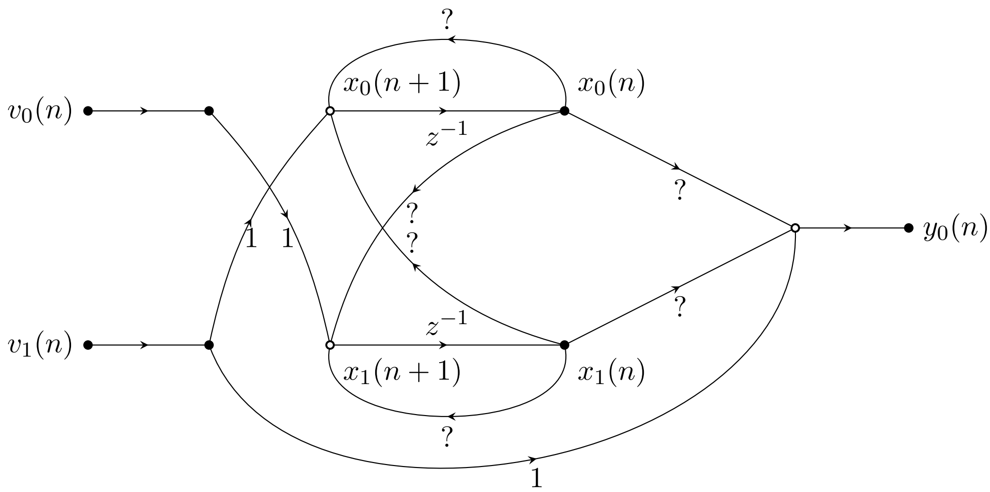
$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 - b_0 a_1 & \tilde{b}_2 - b_0 a_2 & \tilde{b}_3 - b_0 a_3 & \tilde{b}_4 - b_0 a_4 & \tilde{b}_5 - b_0 a_5 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 7 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{aligned}$$

$$d = b_0 = 0$$

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei nun folgender Signalflussgraph:



Außerdem seien die Zustände $\mathbf{x}(n) = [x_0(n), x_1(n)]^\mathrm{T}$ und das Ausgangssignal $y_0(n)$ für $n < 4$ bekannt:

$$x_0(n) = \begin{cases} 0 & , n \leq 1, \\ 1,5 & , n = 2, \\ 2 & , n = 3, \\ \dots \end{cases} \qquad x_1(n) = \begin{cases} 0 & , n < 1, \\ 1 & , n = 1, \\ 1 & , n = 2, \\ 1,75 & , n = 3, \\ \dots \end{cases}$$

$$y_0(n) = \begin{cases} 0 & , n < 1, \\ 4 & , n = 1, \\ 4,5 & , n = 2, \\ 7,25 & , n = 3, \\ \dots \end{cases}$$

Des Weiteren sei $\mathbf{v}(n) = [v_0(n), v_1(n)]^\mathrm{T} = [\gamma_0(n), \gamma_0(n-1)]^\mathrm{T}$, wobei $\gamma_0(n)$ das Kronecker-Delta beschreibt.

(g) Wie lauten die allgemeinen Zustandsraumgleichungen gemäß der Definition aus der Vorlesung? (1 P)

Allgemein kann ein System in Zustandsraumdarstellung durch

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\,\mathbf{v}(n)$$
$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{C}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\,\mathbf{v}(n)$$

beschrieben werden.

(h) Nennen Sie eine verbreitete Anwendung der Systembeschreibung im Zustandsraum. (1 P)

Zum Beispiel Kalman-Filter (bspw. für Tracking,...).

(i) Welche Einschränkungen gelten für Systeme, die im Zustandsraum mit festen Parametern beschrieben werden können? (1 P)
LTI-System → lineares, zeitinvariantes System.

(j) Bestimmen Sie die Matrizen **A**, **B**, **C**, **D** des Zustandsraums. Wie werden diese allgemein bezeichnet? (11 P)
Aus dem Signalflussgraphen können die Matrizen wie folgt abgelesen werden:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \\
\mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{C} = \mathbf{c} &= \begin{bmatrix} ? & ? \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{D} = \mathbf{d} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

- Berechnen der Einträge der Matrix **C** durch die in Teil *(g)* angegebene zweite Zustandsraumgleichung:

$$y_0(n) = c_1 x_0(n) + c_2 x_1(n) + v_1(n)$$

  Einsetzen der Werte für $n = 1$ ergibt $c_2 = 3$. Werden nun das Ergebnis für c_1 und die Werte für $n = 2$ eingesetzt ergibt sich $c_1 = 1$. Und somit:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix}$$

- Berechnen der Einträge der Matrix **A** durch die in Teil *(g)* angegebene erste Zustandsraumgleichung:

$$\begin{aligned}
x_0(n+1) &= a_{11} x_0(n) + a_{12} x_1(n) + v_2(n) \\
x_1(n+1) &= a_{21} x_0(n) + a_{22} x_1(n) + v_1(n)
\end{aligned}$$

  Einsetzen der Werte für $n = 1$ ergibt $a_{12} = 0.5$ und $a_{22} = 1$. Nutzen der Erkenntnisse über a_{12} und a_{22} und einsetzen der Werte für $n = 2$ ergibt $a_{11} = 1$ und $a_{21} = 0.5$ und somit:

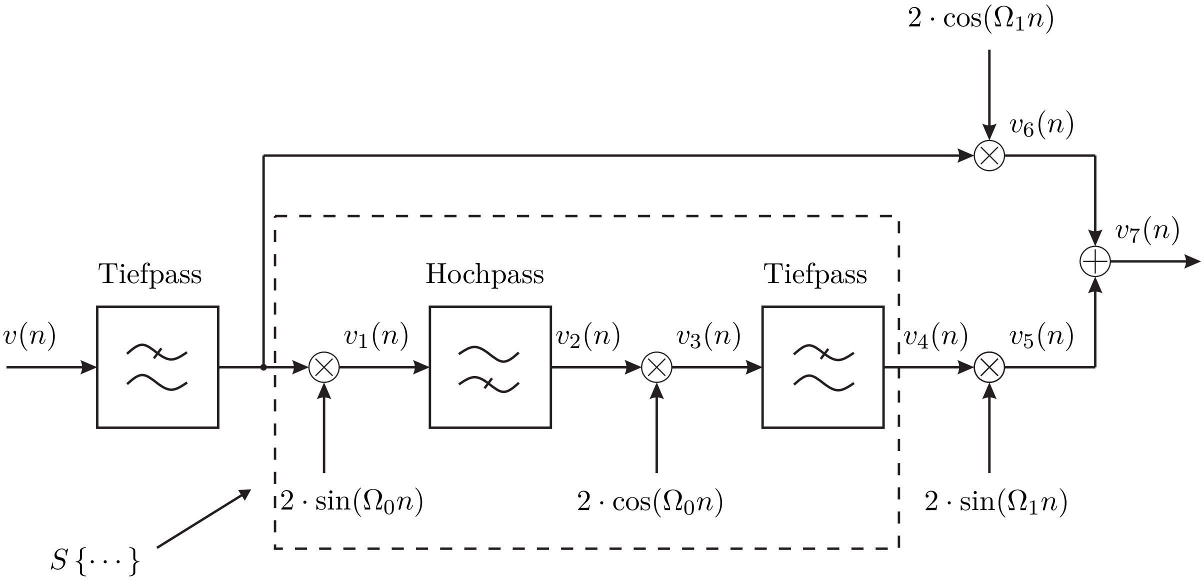
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix}$$

A Systemmatrix, **B** Eingangsmatrix, **C** Ausgangsmatrix, **D** Durchgangsmatrix.

Aufgabe 3 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben ist das nachfolgende Blockschaltbild eines Modulators:



wobei es sich bei $v(n)$ um das Nutzsignal handelt. Die Grenzfrequenzen der idealen Hoch- und Tiefpässe liegen identisch bei Ω_0.

(a) Berechnen Sie die Signale $v_1(n)$ bis $v_7(n)$ für den Fall, dass am Eingang ein kosinusförmiges Signal (7 P)

$$v(n) = \cos(\Omega_m n)$$

anliegt. Es gelte: $0 < \Omega_m < \Omega_0$ und $\Omega_1 > \Omega_m$.

$$
\begin{aligned}
v(n) &= \cos(\Omega_m n), \\
v_1(n) &= v(n) \cdot 2 \cdot \sin(\Omega_0 n) = \cos(\Omega_m n) \cdot 2 \cdot \sin(\Omega_0 n) \\
&= \sin\Big((\Omega_0 - \Omega_m)n\Big) + \sin\Big((\Omega_0 + \Omega_m)n\Big), \\
v_2(n) &= \sin\Big((\Omega_0 + \Omega_m)n\Big), \\
v_3(n) &= \sin\Big((\Omega_0 + \Omega_m)n\Big) \cdot 2 \cdot \cos(\Omega_0 n) \\
&= \sin(\Omega_m n) + \sin\Big((2 \cdot \Omega_0 + \Omega_m)n\Big), \\
v_4(n) &= \sin(\Omega_m n), \\
v_5(n) &= \sin(\Omega_m n) \cdot 2 \cdot \sin(\Omega_1 n) \\
&= \cos\Big((\Omega_1 - \Omega_m)n\Big) - \cos\Big((\Omega_1 + \Omega_m)n\Big), \\
v_6(n) &= \cos(\Omega_m n) \cdot 2 \cdot \cos(\Omega_1 n) \\
&= \cos\Big((\Omega_1 - \Omega_m)n\Big) + \cos\Big((\Omega_1 + \Omega_m)n\Big), \\
v_7(n) &= v_6(n) + v_5(n) \\
&= 2 \cdot \cos\Big((\Omega_1 - \Omega_m)n\Big).
\end{aligned}
$$

(b) Geben Sie die Spektren $V_1\left(e^{j\Omega}\right)$ bis $V_7\left(e^{j\Omega}\right)$ an. (7 P)

$$V\left(e^{j\Omega}\right) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + \Omega_m - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - \Omega_m - 2\pi k)],$$

$$V_1\left(e^{j\Omega}\right) = j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_0 - \Omega_m) - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - (\Omega_0 - \Omega_m) - 2\pi k)]$$

$$+ j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - (\Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k)],$$

$$V_2\left(e^{j\Omega}\right) = j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - (\Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k)],$$

$$V_3\left(e^{j\Omega}\right) = j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + \Omega_m - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - \Omega_m - 2\pi k)]$$

$$+ j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (2 \cdot \Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - (2 \cdot \Omega_0 + \Omega_m) - 2\pi k)],$$

$$V_4\left(e^{j\Omega}\right) = j\pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + \Omega_m - 2\pi k) - \gamma_0(\Omega - \Omega_m - 2\pi k)],$$

$$V_5\left(e^{j\Omega}\right) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k)]$$

$$- \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_1 + \Omega_m) - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - (\Omega_1 + \Omega_m) - 2\pi k)],$$

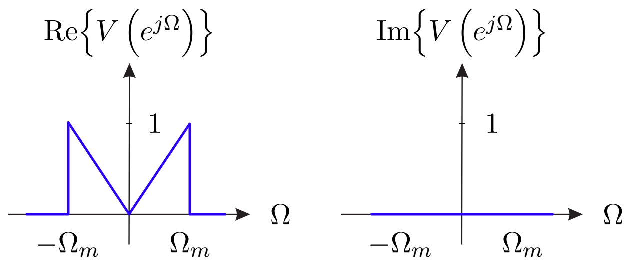
$$V_6\left(e^{j\Omega}\right) = \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k)]$$

$$+ \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_1 + \Omega_m) - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - (\Omega_1 + \Omega_m) - 2\pi k)],$$

$$V_7\left(e^{j\Omega}\right) = 2 \cdot \pi \sum_{k=-\infty}^{\infty} [\gamma_0(\Omega + (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k) + \gamma_0(\Omega - (\Omega_1 - \Omega_m) - 2\pi k)].$$

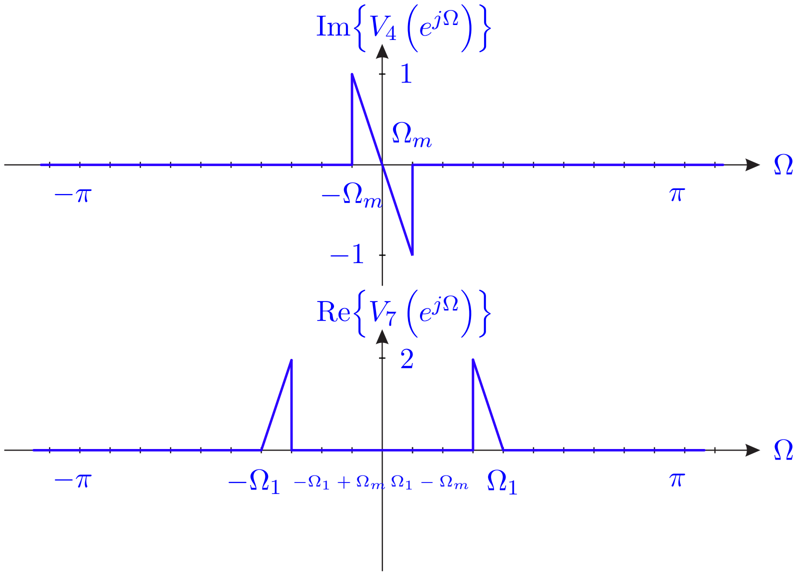
(c) Geben Sie die Trägerfrequenz Ω_T an. (1 P)
$\Omega_T = \Omega_1$ ist die Trägerfrequenz.

Im nächsten Schritt wird ein Nutzsignal mit nachfolgendem Spektrum eingespeist:



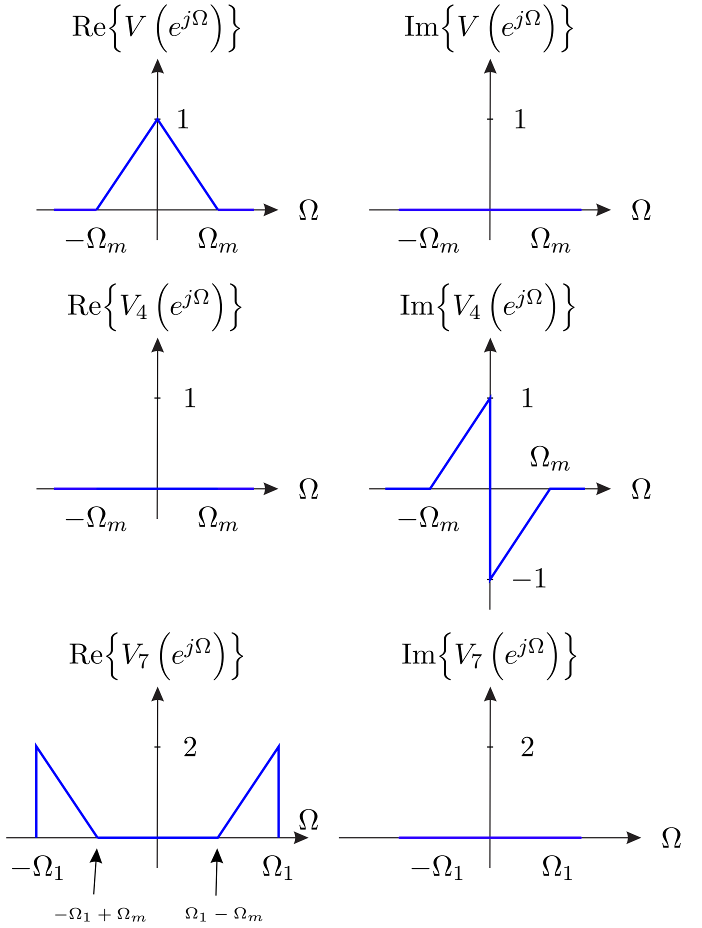
(d) Skizzieren Sie jeweils Real- und Imaginärteil der Spektren $V_4\left(e^{j\Omega}\right)$ und $V_7\left(e^{j\Omega}\right)$ im (4 P)

Bereich $-\pi < \Omega < \pi$ mit allen Achsenbeschriftungen. Es gelte: $\Omega_m = \frac{1}{10}\pi$, $\Omega_0 = \frac{1}{5}\pi$ und $\Omega_1 = 2 \cdot \Omega_0$.
$V_4\left(e^{j\Omega}\right)$ ist rein imaginär, $V_7\left(e^{j\Omega}\right)$ rein reell:



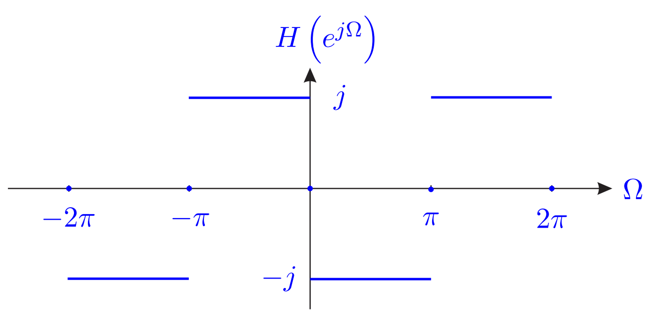
Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Nun wird das eingerahmte Teilsystem $S\{\cdots\}$ durch ein neues System mit der Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\Omega}\right)$ ersetzt. An den entsprechenden Punkten der Schaltung werden folgende Spektren beobachtet:



(e) Betrachten Sie das Eingangsspektrum und das Ausgangsspektrum. Welche Modulationsart liegt vor (genaue Bezeichnung)? (2 P)
Einseitenband-Modulation unter Verwendung der unteren Seitenbänder.

(f) Skizzieren Sie die Übertragungsfunktion $H\left(e^{j\Omega}\right)$ im Bereich $-2\pi < \Omega < 2\pi$. Was fällt Ihnen auf? Um welche Ihnen bekannte Transformationsart handelt es sich? (5 P)

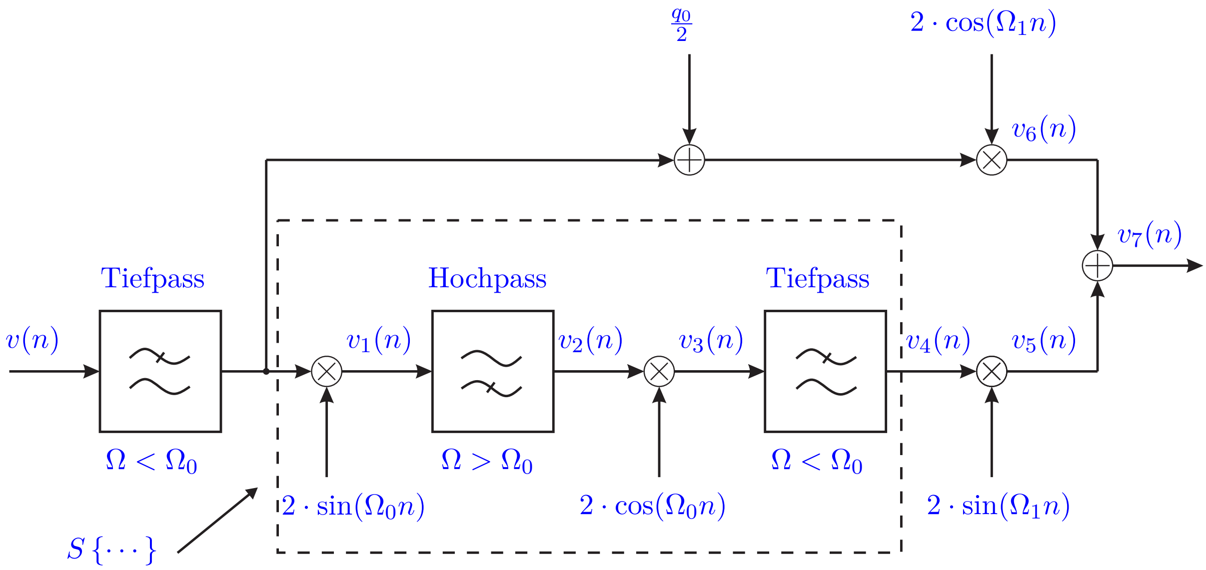


Es handelt sich um die sogenannte Hilbert-Transformation.

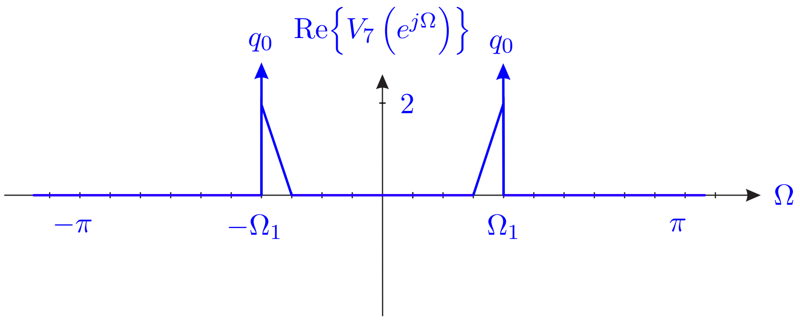
Um die Demodulation einfacher zu gestalten, soll dem Sendesignal $v_7(n)$ die Information über das Trägersignal hinzugefügt werden.

(g) Erweitern Sie die obere Modulationsschaltung, so dass der Träger mit übertragen (5 P)

wird. Geben Sie das Signal $v_7(n)$ in Abhängigkeit von $v(n)$ an und skizzieren Sie das Spektrum $V_7\left(e^{j\Omega}\right)$ im Bereich $-\pi < \Omega < \pi$. Es gelte weiterhin: $\Omega_m = \frac{1}{10}\pi$, $\Omega_0 = \frac{1}{5}\pi$ und $\Omega_1 = 2 \cdot \Omega_0$.



$$v_7(n) = \left(\frac{q_0}{2} + v(n)\right) \cdot 2 \cdot \cos(\Omega_1 n) + h(n) * v(n) \cdot 2 \cdot \sin(\Omega_1 n).$$



(h) Nennen Sie mindestens zwei Vorteile die eine Einseitenband-Modulation gegenüber einer Zweiseitenband-Modulation hat. (2 P)

Kleinere Bandbreite und eine höhere Reichweite des Sendesignals, durch effizientere Ausnutzung der Sendeenergie.

Dies ist eine leere Seite.