Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2019

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	26.09.2019
Name:	____________________
Matrikelnummer:	____________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ____________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/34	/33

Summe der Punkte: ____________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ____________ Unterschrift: ____________________

Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2019

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	OHP5-Chemiehörsaal II
Datum:	26.09.2019
Beginn:	09:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist die Bearbeitung der Aufgaben untersagt**, dementsprechend sind alle Schreibutensilien abzulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

(a) Welchem Zweck dient die Modulation eines Signals, laut der Vorlesung? Welche Modulationsarten kennen Sie? Nennen Sie mindestens drei Modulationsarten. (2 P)

Der Zweck der Modulation ist die Anpassung des Signalspektrums an den Frequenzbereich des zu nutzenden Übertragungs-, Speicher-oder Verarbeitungsmediums. Amplituden-, Phasen- und Frequenzmodulation

(b) Die Vorlesung „Signale und Systeme II“ behandelt, wie der Name vermuten lässt, Signale und Systeme. Schreiben Sie in eigenen Worten und in ganzen Sätzen die Definition eines kontinuierlichen und eines diskreten Zeitsignals. (2 P)

Ein reelles oder komplexes Zeitsignal ist eine Reihe informationstragender reeller oder komplexer Werte. Mathematisch gesehen wird eine reelle oder komplexe Funktion einer reellen oder auch ganzen Zahl als Signal bezeichnet, z.B. $x(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$ oder $v(n)$, mit $n \in \mathbb{Z}$. Nach der Konvention der Vorlesung *„Signale und Systeme I und II“* Entspricht $x(t)$ einem kontinuierlichen Signal und $v(n)$ einem diskreten Signal.

(c) Wie entstehen aus kontinuierlichen Zeitsignalen diskrete? Was muss dabei unbedingt beachtet werden und warum? Beschreiben Sie in eigenen Worten und geben Sie ein Beispiel für die Diskretisierung eines kontinuierlichen Signals an. (4 P)

Diskrete Zeitsignale entstehen durch das Abtasten der kontinuierlichen Signale mit der Abtastfrequenz f_A. Ganz wichtig dabei ist die Beachtung der maximalen im Signal enthaltenen Frequenz f_{max}. Diese maximale Frequenz muss das Abtasttheorem erfüllen $f_A > 2f_{max}$, andernfalls kommt es zum sogenannten Aliasing-Effekt. Es wird also eine falsche, zu tiefe Frequenz abgetastet.

Beispiel:

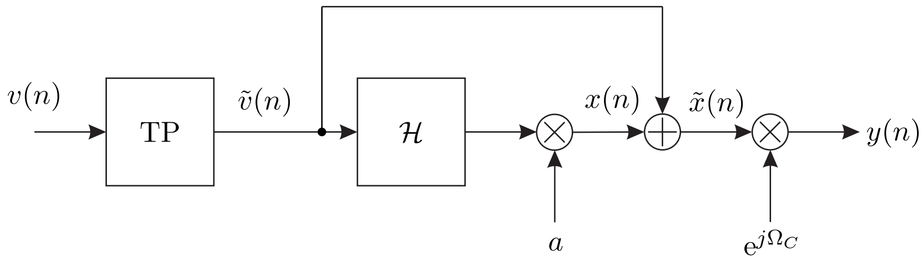
$$v(t) = \sin(2\pi f_0 t), \quad \text{mit } t \in \mathbb{R},$$
$$v(n) = \sin(2\pi f_0 n T_A), \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z} \text{ und } T_A = \frac{1}{f_A}.$$

(d) Ein monofrequentes Signal $\sin(2\pi f_1 t)$ mit der Frequenz f_1 wird mit einem weiteren monofrequenten Signal $\cos(2\pi f_2 t + \phi)$ multipliziert. Berechnen Sie das Produkt der beiden Signale mit Zuhilfenahme der eulerschen Darstellung der Sinus- und Kosinus-Terme. Geben Sie die Zwischenschritte an. (5 P)

$$
\begin{aligned}
&\sin(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_2 t + \phi) \\
&= \frac{1}{2j}\left(\mathrm{e}^{j2\pi f_1 t} - \mathrm{e}^{-j2\pi f_1 t}\right)\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{j2\pi f_2 t+\phi} + \mathrm{e}^{-j2\pi f_2 t-\phi}\right) \\
&= \frac{1}{4j}\left(\mathrm{e}^{j2\pi f_1 t}\mathrm{e}^{j2\pi f_2 t+\phi} + \mathrm{e}^{j2\pi f_1 t}\mathrm{e}^{-j2\pi f_2 t-\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi f_1 t}\mathrm{e}^{j2\pi f_2 t+\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi f_1 t}\mathrm{e}^{-j2\pi f_2 t-\phi}\right) \\
&= \frac{1}{4j}\left(\mathrm{e}^{j2\pi(f_1+f_2)t+\phi} + \mathrm{e}^{j2\pi(f_1-f_2)t-\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi(f_1-f_2)t+\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi(f_1+f_2)t-\phi}\right) \\
&= \frac{1}{4j}\left(\mathrm{e}^{j2\pi(f_1-f_2)t+\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi(f_1-f_2)t-\phi}\right) + \frac{1}{4j}\left(\mathrm{e}^{j2\pi(f_1+f_2)t+\phi} - \mathrm{e}^{-j2\pi(f_1+f_2)t-\phi}\right) \\
&= \frac{1}{2}\left[\sin\Big(2\pi(f_1-f_2)t-\phi\Big) + \sin\Big(2\pi(f_1+f_2)t+\phi\Big)\right]
\end{aligned}
$$

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei das folgende System zur Übertragung des Signals $v(n)$.

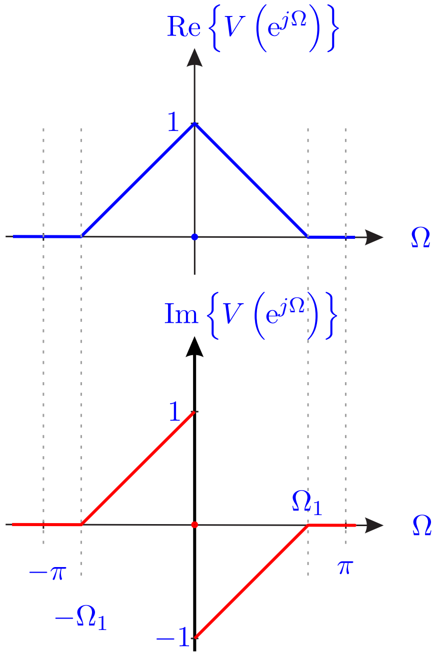


Das Spektrum $V\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ des Signals $v(n)$ ist wie folgt definiert:

$$
V\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = \mathcal{F}\{v(n)\} = \begin{cases} -\frac{\Omega - j\Omega}{\Omega_1} + 1 - j, & \text{für } \lambda 2\pi < \Omega \le \Omega_1 + \lambda 2\pi \text{ mit } \lambda \in \mathbb{Z} \\ \frac{\Omega + j\Omega}{\Omega_1} + 1 + j, & \text{für } \lambda 2\pi - \Omega_1 \le \Omega < \lambda 2\pi \text{ mit } \lambda \in \mathbb{Z} \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}
$$

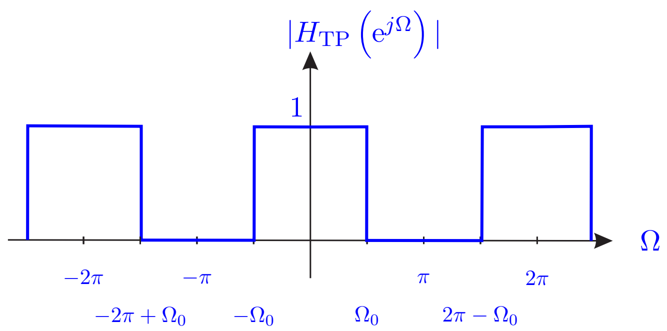
mit $\Omega_1 < \pi$.

(e) Skizzieren Sie das Spektrum $V\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = \mathcal{F}\{v(n)\}$ im Bereich von $-\pi \le \Omega \le \pi$. Hat das Signal $v(n)$ einen Gleichanteil? (3 P)

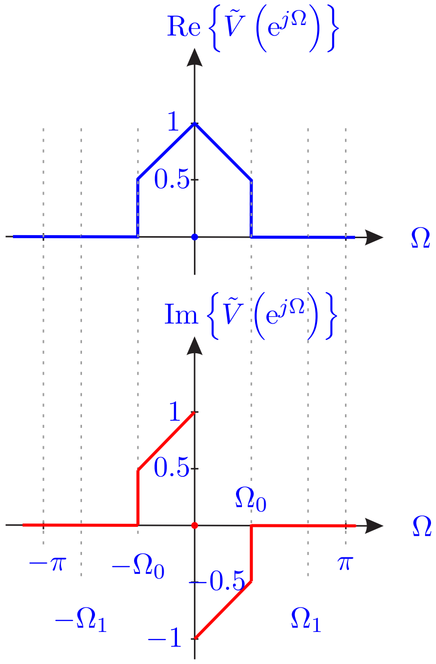


ohne Gleichanteil, da $V(e^{j0}) = 0$

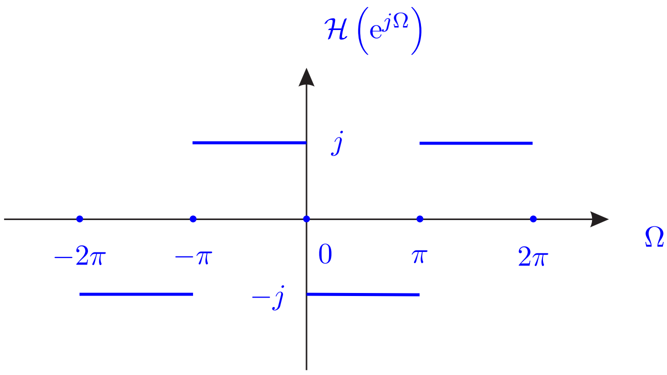
(f) Im nächsten Schritt wird das Signal $v(n)$ mit einem idealen Tiefpass gefiltert. Skizzieren Sie den Amplitudengang eines beliebigen idealen Tiefpasses mit der Grenzfrequenz Ω_0 im Bereich von $-2\pi \leq \Omega \leq 2\pi$. (2 P)



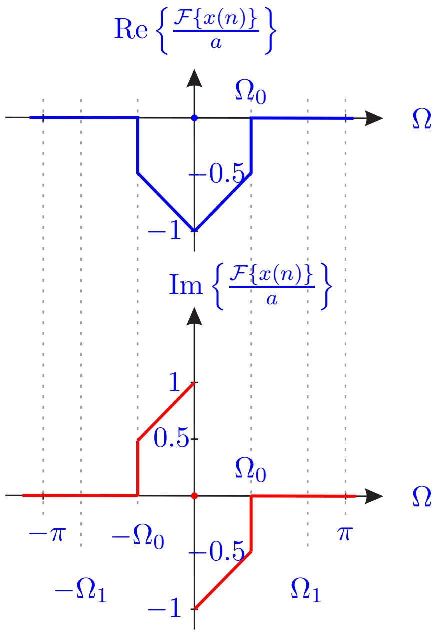
(g) Skizzieren Sie das Signal $\tilde{V}(e^{j\Omega}) = \mathcal{F}\{\tilde{v}(n)\}$ nach der Tiefpassfilterung im Bereich von $-\pi \leq \Omega \leq \pi$. Gehen Sie davon aus, dass $\Omega_1 = 2\Omega_0$. (2 P)



(h) Bei $\mathcal{H}\left(e^{j\Omega}\right)$ handelt es sich um eine Hilbert-Transformation. Skizzieren Sie den Frequenzgang der Hilbert-Transformation im Bereich von $-2\pi \leq \Omega \leq 2\pi$. (2 P)



(i) Skizzieren Sie das Spektrum $\mathcal{F}\left\{x(n)\right\}$ des Signals $x(n)$ im Bereich von $-\pi \leq \Omega \leq \pi$. (2 P)



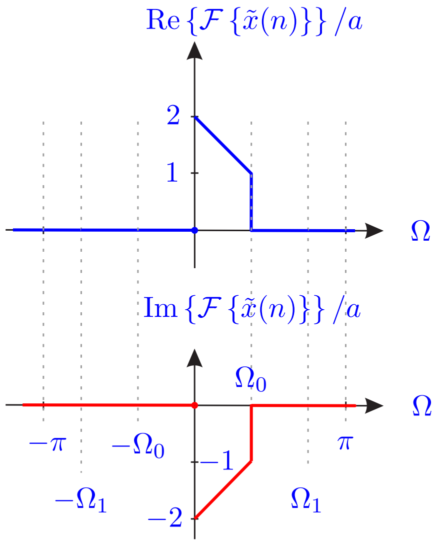
(j) Damit aus dem Signal $\tilde{x}(n)$ ein analytisches Signal entsteht, muss unter anderem die Konstante a entsprechend gewählt werden. Geben Sie die Konstante a an. Was muss außerdem dafür gemacht werden, damit aus dem Signal $\tilde{x}(n)$ ein analytisches Signal wird? Laut Vorlesung ist ein analytisches Signal wie folgt definiert: (3 P)

$$v_{\mathrm{a}} = v(n) + j\tilde{v}(n + n_0).$$

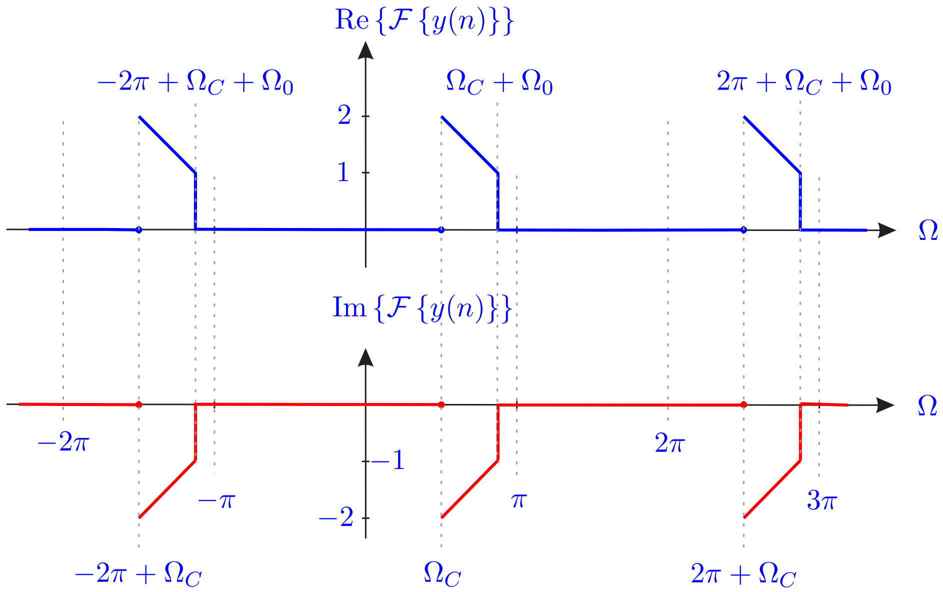
Dabei steht $\tilde{v}(n)$ für das Hilbert-Transformierte-Signal, und n_0 für die Kompensation der durch die Transformation entstandenen Verzögerung. In unserem Fall lautet die Antwort: $a = j$ und zusätzlich muss das Signal $\tilde{v}(n)$ entsprechend verzögert werden, so dass gilt:

$$\tilde{x}(n) = \tilde{v}(n - n_0) + jx(n).$$

(k) Skizzieren Sie das Spektrum $\mathcal{F}\{\tilde{x}(n)\}$ des Signals $\tilde{x}(n)$, mit Berücksichtigung des Ergebnisses für a aus *(j)*, im Bereich von $-\pi \leq \Omega \leq \pi$. (2 P)



(l) Im nächsten Schritt wird $\tilde{x}(n)$ moduliert. Skizzieren Sie das Spektrum $\mathcal{F}\left\{y(n)\right\}$ im Bereich von $-2\pi \leq \Omega \leq 3\pi$. Gehen Sie davon aus, dass $\Omega_0 + \Omega_C < \pi$. Um welche Modulationsart handelt es sich dabei? (4 P)



Es ist die komplexe Einseitenbandmodulation.

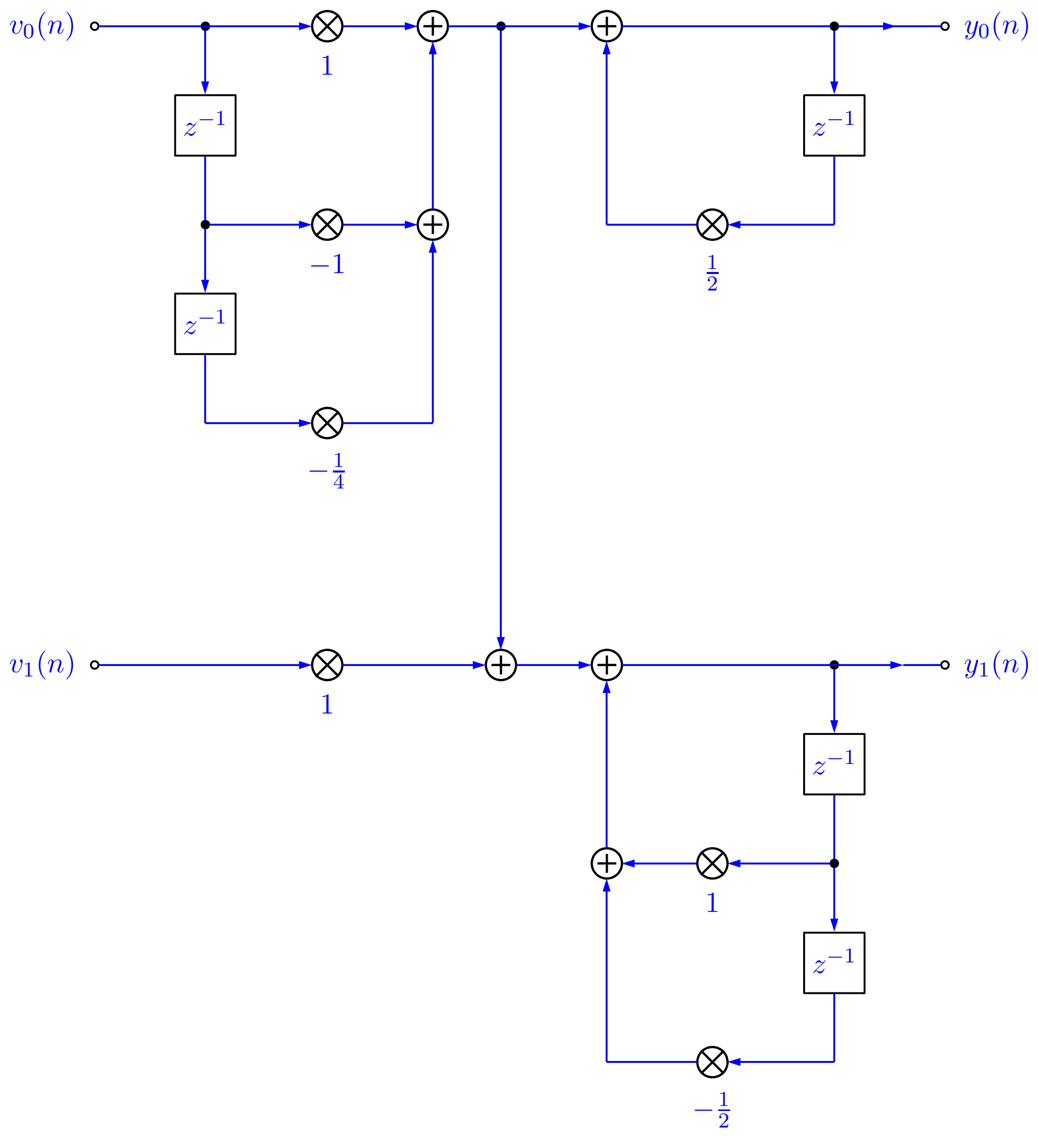
Aufgabe 2 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

Es sei nun ein System gegeben, welches durch die folgenden Differenzengleichungen beschrieben wird.

$$y_0(n) = v_0(n) - v_0(n-1) - \frac{1}{4}\, v_0(n-2) + \frac{1}{2}\, y_0(n-1),$$
$$y_1(n) = v_1(n) + v_0(n) - v_0(n-1) - \frac{1}{4}\, v_0(n-2) + y_1(n-1) - \frac{1}{2}\, y_1(n-2).$$

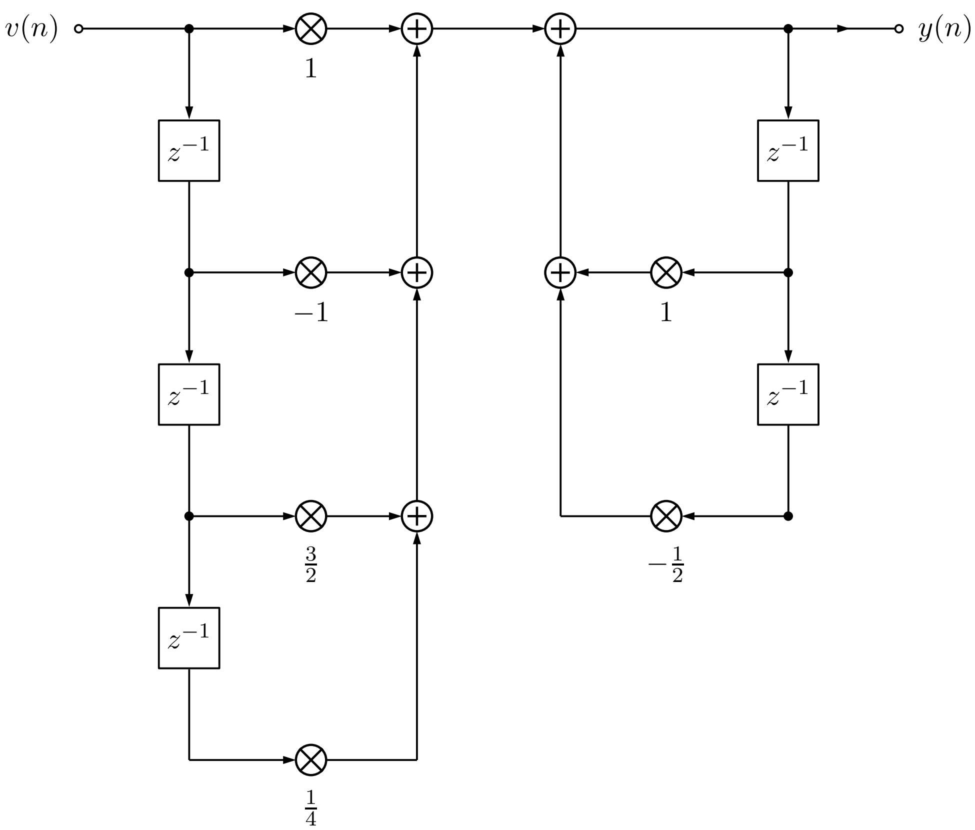
(m) Zeichnen Sie das Blockschaltbild in Direktform 1. (6 P)



(n) Besitzt das System einen direkten Durchgriff? (Begründen Sie!) (1 P)
Ja, da $v_0(n)$ und $v_1(n)$ direkt auf den/die Ausgänge koppelt.

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

Es sei ein System gegeben, welches durch nachfolgende Darstellung in Direktform 1 beschrieben ist.



Der Zustandsraum sei ferner durch die bekannten Gleichungen:

$$\boldsymbol{x}(n+1) = \boldsymbol{A}\,\boldsymbol{x}(n) + \boldsymbol{B}\,\boldsymbol{v}(n), \tag{1}$$
$$\boldsymbol{y}(n) = \boldsymbol{C}\,\boldsymbol{x}(n) + \boldsymbol{D}\,\boldsymbol{v}(n). \tag{2}$$

beschrieben.

(a) Zeichnen Sie den Signalflussgraphen des Systems in Zustandsraumdarstellung. (9 P)

(i) Differenzengleichung bestimmen.

$$\begin{aligned} & y(n) + a_1\,y(n-1) + a_2\,y(n-2) + a_3\,y(n-3) \\ &= b_0\,v(n) + \tilde{b}_1\,v(n-1) + \tilde{b}_2\,v(n-2) + \tilde{b}_3\,v(n-3) \end{aligned}$$

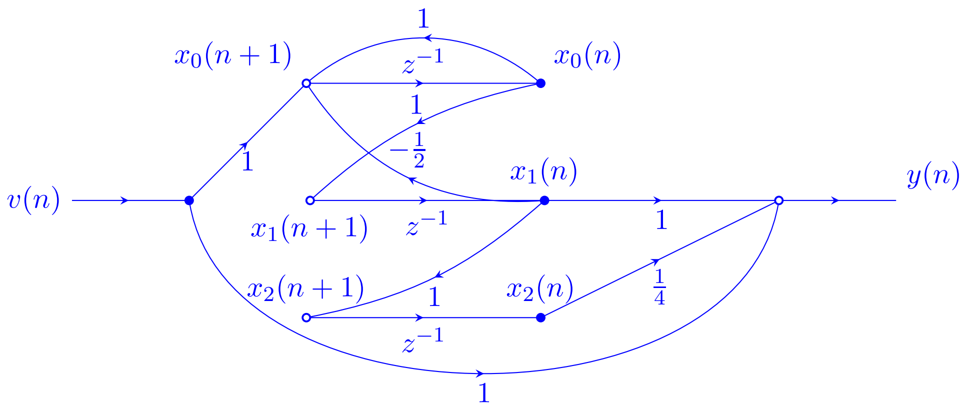
$$\begin{aligned} y(n) =& v(n) - v(n-1) + \frac{3}{2}v(n-2) + \frac{1}{4}v(n-3) \\ & + y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + 0y(n-3) \end{aligned}$$

(ii) $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, d$ bestimmen. (VL IX-25 ff.)

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \; \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 - b_0\, a_1 \\ \tilde{b}_2 - b_0\, a_2 \\ \tilde{b}_3 - b_0\, a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}, \; d = b_0 = 1$$

(iii) Signalflussgraph



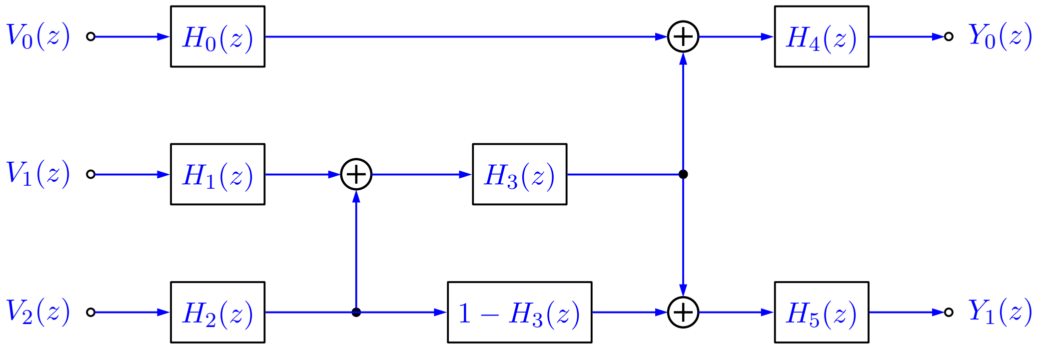
Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

Für diesen Aufgabenteil sei ein System durch die Übertragungsmatrix $\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z)$ mit $\boldsymbol{Y}(z) = \boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z) \cdot \boldsymbol{V}(z)$ wie folgt definiert:

$$\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z) = \begin{bmatrix} H_0(z)\,H_4(z) & H_1(z)\,H_3(z)\,H_4(z) & H_2(z)\,H_3(z)\,H_4(z) \\ 0 & H_1(z)\,H_3(z)\,H_5(z) & H_2(z)\,H_5(z) \end{bmatrix}.$$

(b) Wie viele Ein- und Ausgänge besitzt das System? (1 P)
3 Eingänge, 2 Ausgänge

(c) Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems mit allen Ein- und Ausgängen. (5 P)



Es sei nun $H_5(z) = 1$.

(d) Um was für einen Filter handelt es sich bei $H_5(z)$? (1 P)
Allpass

(e) Ist das Filter stabil? Was lässt sich über die Phase aussagen? (Begründen Sie!) (1 P)
Stabil und nullphasig - das Filter verändert die Phase des Eingangssignals nicht.

Ferner seien die restlichen Teilübertragungsfunktionen durch:

$$H_0(z) = \frac{z\,a\,(z+a)}{(z-a)^3}, \qquad H_1(z) = \frac{z^2-4}{z^3-2\,z^2},$$
$$H_2(z) = \frac{-2+z^{-1}+3z^2}{z^3-2\,z^2}, \qquad H_3(z) = \frac{z}{(z-2)\,(z+2)},$$
$$H_4(z) = \frac{z^3+1}{z^3-a\,z^2}$$

definiert.

(f) Berechnen Sie die Differenzengleichung für den Ausgang $Y_1(z)$. (8 P)

$$\begin{aligned} Y_1(z) &= V_2(z)\,H_2(z)\,H_5(z) + V_1(z)\,H_1(z)\,H_3(z)\,H_5(z) \\ &= V_2(z)\frac{3\,z^{-1}-2\,z^{-3}+z^{-4}}{1-2\,z^{-1}} + V_1(z)\frac{z^{-2}}{1-2\,z^{-1}} \\ &= \left(V_2(z)\left(3\,z^{-1}-2\,z^{-3}+z^{-4}\right) + V_1(z)\,z^{-2}\right)\frac{1}{1-2\,z^{-1}} \end{aligned}$$

$$y_1(n) = 3\,v_2(n-1) - 2\,v_2(n-3) + v_2(n-4) + v_1(n-2) + 2\,y_1(n-1)$$

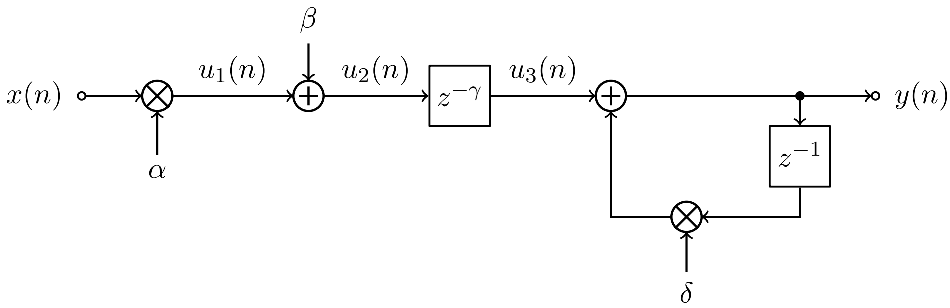
(g) Ist das gesamte System $\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z)$ kausal? (Begründen Sie!) (1 P)
Ja, da Nennergrad größer Zählergrad bei allen $H_i(z) \in [0, 1, 2, 3, 4, 5]$.

(h) Handelt es sich bei $\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z)$ um ein rekursives System? (Begründen Sie!) (1 P)
Ja, Rückkopplung von $y(n)$.

Aufgabe 3 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben ist folgendes Blockschaltbild mit den Konstanten $\alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $\gamma \in \mathbb{N}$, wobei zusätzlich $|\delta| < 1$ gilt.



Nehmen Sie an, dass das System mit mittelwertfreiem weißen Rauschen der Leistung $m_x^{(2)}$ angeregt wird.

(a) Bestimmen Sie α so, dass $u_1(n)$ eine Leistung von $m_{u1}^{(2)} > 0$ besitzt. (2 P)

$$E\{u_1^2(n)\} = m_{u1}^{(2)} = \alpha^2 \cdot m_x^{(2)}$$

Daraus folgt:

$$\alpha = \pm\sqrt{\frac{m_{u1}^{(2)}}{m_x^{(2)}}}$$

(b) Geben Sie den Erwartungswert von $u_2(n)$ ausschließlich in Abhängigkeit von α und β an. (2 P)

$$E\{u_2(n)\} = E\{\alpha x(n) + \beta\} = \beta$$

(c) Wie müssen Sie γ wählen, damit das zweite zentrale Moment von $u_3(n)$ der Leistung von $u_1(n)$ entspricht? (1 P)
γ darf beliebig aus der zugelassenen Menge gewählt werden. Somit: $\gamma \in \mathbb{N}$

(d) Wie müssen Sie γ wählen, damit das Maximum der Kreuzkorrelationsfunktion zwischen $x(n)$ und $u_3(n)$ bei $\kappa = 7$ liegt? (1 P)
$\gamma = 7$

(e) Berechnen Sie die Leistung von $y(n)$ in Abhängigkeit von $m_x^{(2)}$. Nehmen Sie $\alpha = 1$ und $\gamma = 0$ an. **Hinweis:** Verwenden Sie zur Lösung eine geometrische Reihe! (8 P)
Es gilt:

$$u_3(n) = x(n) + \beta$$

Für $i > 0$:

$$E\left\{(x(n)+\beta)^2\right\} = E\left\{x^2(n) + 2x(n)\beta + \beta^2\right\} = m_x^{(2)} + \beta^2$$

$$E\left\{(x(n)+\beta)\,(x(n-i)+\beta)\right\} = E\left\{x(n)x(n-i) + \beta x(n) + \beta x(n-i) + \beta^2\right\} = \beta^2$$

Somit:

$$\begin{aligned}
E\left\{y^2(n)\right\} &= E\left\{(u_3(n) + \delta y(n-1))^2\right\} \\
&= E\left\{u_3^2(n) + 2\delta u_3(n)y(n-1) + \delta^2 y^2(n-1)\right\} \\
&= m_x^{(2)} + \beta^2 + \delta^2 m_y^{(2)} + 2E\left\{\delta u_3(n)\,(u_3(n-1) + \delta y(n-2))\right\} \\
&= m_x^{(2)} + \beta^2 + \delta^2 m_y^{(2)} + 2E\left\{\sum_{i=1}^{\infty} \delta^i u_3(n) u_3(n-i)\right\} \\
&= m_x^{(2)} + \beta^2 + \delta^2 m_y^{(2)} + 2\sum_{i=1}^{\infty} \delta^i \beta^2 \\
&= m_x^{(2)} + -\beta^2 + \delta^2 m_y^{(2)} + 2\beta^2 \frac{1}{1-\delta}
\end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$m_y^{(2)} = \frac{m_x^{(2)} + 2\beta^2 \frac{1}{1-\delta} - \beta^2}{1-\delta^2}$$

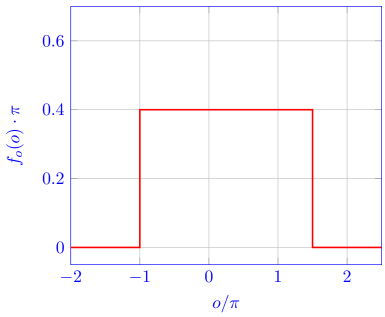
(f) Unter der Annahme einer Parametrisierung aus (e), welche Auswirkung hat das System auf die gegebene Anregung? (1 P)

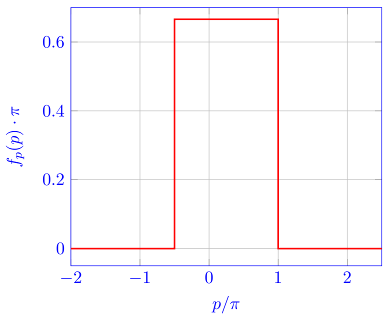
Das System färbt das weiße Rauschen. Über β wird dem Signal zusätzlich ein Gleichanteil hinzugefügt.

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

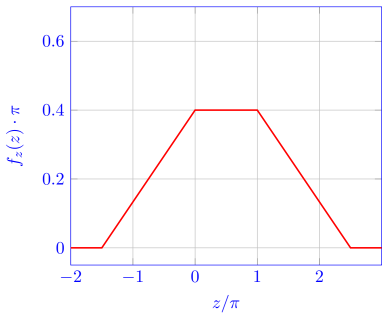
Gegeben sind der diskrete Zeitindex $n \in \mathbb{Z}$ und zwei unabhängige Zufallsvariablen o und p. Die Variable o ist über dem Intervall $[-\pi, \frac{3\pi}{2})$ und die Variable p über dem Intervall $[\frac{-\pi}{2}, \pi)$ gleichverteilt.

(g) Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichten der beiden Zufallsvariablen. (3 P)





(h) Skizzieren Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte der Abbildung $z = o + p$. (4 P)



(i) Berechnen Sie den einen Wert x aus dem Intervall $(-\pi, \frac{3\pi}{2})$, an dem die beiden Verteilungsfunktionen der Zufallvariablen einen identischen Wert annehmen. (5 P)
Im Intervall $[-\pi, \frac{3\pi}{2})$ gilt $F_o(o) = \frac{2}{5\pi} \cdot o + \frac{2}{5}$. Im Intervall $[\frac{-\pi}{2}, \pi)$ gilt $F_p(p) = \frac{2}{3\pi} \cdot p + \frac{1}{3}$. Der Wert x muss innerhalb von $[\frac{-\pi}{2}, \pi)$ liegen. Mit

$$\frac{2}{5\pi} \cdot x + \frac{2}{5} = \frac{2}{3\pi} \cdot x + \frac{1}{3}$$

ergibt sich $x = \frac{\pi}{4}$.

Gegeben sind zusätzlich die folgenden 5 Signale:

$$\begin{aligned}
v_1(n) &= \cos(n)\\
v_2(n) &= \cos(o)\\
v_3(n) &= \cos(p)\\
v_4(n) &= \cos(n) + \cos(o) + \cos(p)\\
v_5(n) &= \cos(n+o) + \cos(p)
\end{aligned}$$

(j) Berechnen Sie jeweils das statistische Moment erster Ordnung für die 5 gegebenen Signale $v_{1,\ldots,5}(n)$. (6 P)

$$\begin{aligned}
E\{v_1(n)\} &= \cos(n)\\
E\{v_2(n)\} &= \frac{2}{5\pi}\Big[\sin(o)\Big]_{-\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = -\frac{2}{5\pi}\\
E\{v_3(n)\} &= \frac{2}{3\pi}\Big[\sin(p)\Big]_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{2}{3\pi}\\
E\{v_4(n)\} &= \cos(n) + \frac{2}{3\pi} - \frac{2}{5\pi}\\
E\{v_5(n)\} &= \frac{2}{5\pi}\Big[\sin(n+o)\Big]_{-\pi}^{\frac{3\pi}{2}} + \frac{2}{3\pi} = \frac{2}{5\pi}\Big[\sin(n+\frac{3\pi}{2}) - sin(n-\pi)\Big] + \frac{2}{3\pi}
\end{aligned}$$

Dies ist eine leere Seite.