TECHNISCHE FAKULTÄT DER CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

DIGITALE SIGNALVERARBEITUNG UND SYSTEMTHEORIE

Signale und Systeme II

Modulklausur SS 2018

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	27.09.2018
Name:	______________________
Matrikelnummer:	______________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/33	/34

Summe der Punkte: ______________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ______________ Unterschrift: ______________________

Signale und Systeme II

Modulklausur SS 2018

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	27.09.2018
Zeit:	09:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	LS1 - Klaus-Murmann-Hörsaal

Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Blatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets, Smartwatches und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die Wahrscheinlichkeitsdichte einer reellen Zufallsgröße x mit den reellen Konstanten $\alpha, \beta > 0$ und der Eulerschen Zahl e:

$$f_x(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\frac{|x|}{\beta}}.$$

(a) Geben Sie β in Abhängigkeit von α an. Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(b) Berechnen Sie die zugehörige Verteilungsfunktion $F_x(x)$ als Funktion von α und β. (5 P)

(c) Wie lässt sich Ihr Ergebnis aus (a) anhand Ihres Ergebnisses aus (b) überprüfen? (2 P)

Nun wird die folgende deterministische Abbildung der obigen Zufallsgröße betrachtet:

$$\gamma = 2e^x + 7$$

(d) Berechnen Sie die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte $f_\gamma(\gamma)$. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die reelle Zufallsgröße δ, welche über dem Intervall $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ gleichverteilt und damit vollständig beschrieben ist. Zusätzlich sei eine komplexe deterministische Abbildung der Zufallsgröße gegeben:

$$\nu_1 = e^{j\delta} + 2$$

(e) Geben Sie sowohl die Wahrscheinlichkeitsdichte f_δ als auch die Verteilungsfunktion F_δ an. (3 P)

(f) Berechnen Sie den Erwartungswert der Abbildung ν_1 jeweils getrennt für Real- und Imaginärteil. (4 P)

Nun seien eine modifizierte Abbildung $\nu_2 = e^{j(\delta_1 + \delta_2)}$ und die dafür notwendige Verbunddichte definiert:

$$f_{\delta_1,\delta_2}(\delta_1, \delta_2) = \begin{cases} 0, & \text{für } \delta_1 < 0 \;\vee\; \delta_2 < 0 \;\vee\; \delta_1 \geq \pi \;\vee\; \delta_2 \geq \pi \\ \frac{2}{\pi^2} - \frac{2}{\pi^3}\delta_1, & \text{sonst} \end{cases}$$

(g) Berechnen Sie den Erwartungswert des Realteiles der Abbildung ν_2. (5 P)
Hinweis: $\int x \sin(x)\,\mathrm{d}x = \sin(x) - x\cos(x) + C$.

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Nehmen Sie eine unkorrelierte, reelle Zufallsfolge $z(n)$ an. Die Größen m_z und σ_z sind jeweils Mittelwert und Standardabweichung des zugehörigen ergodischen Prozesses.

(h) Zeigen Sie, dass Folgendes für die Autokorrelationsfunktion gilt: (4 P)

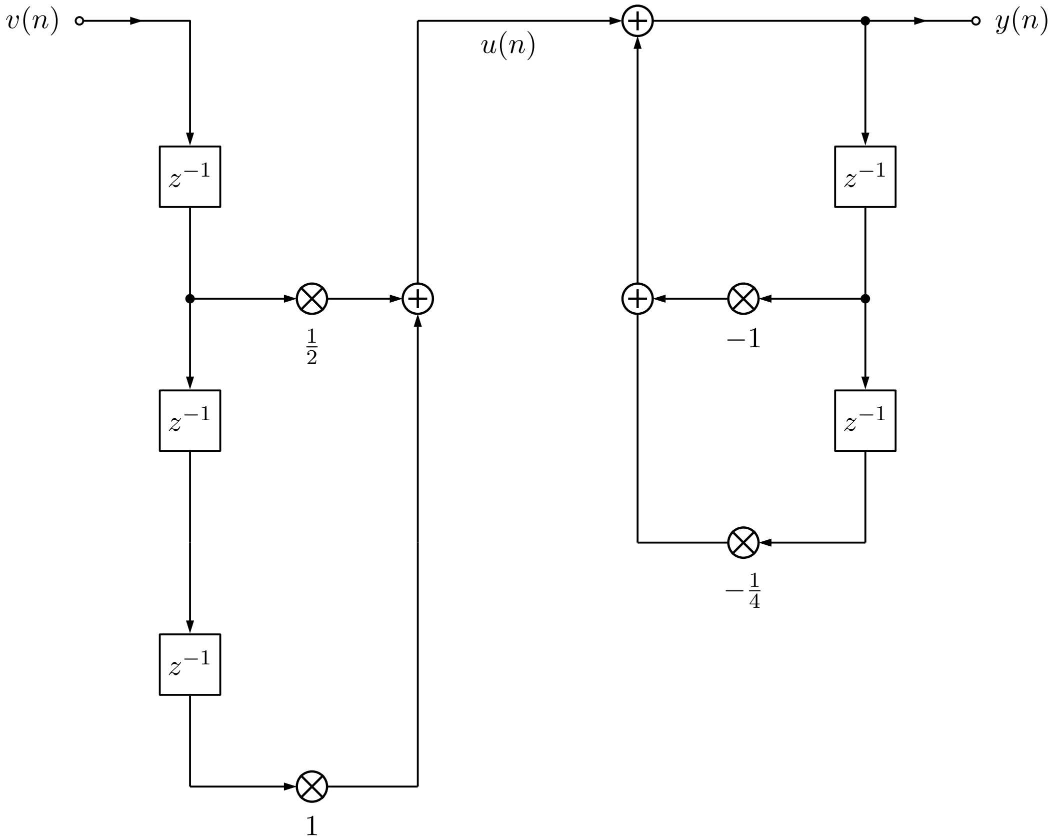
$$s_{zz}(\kappa) = m_z^2 + \sigma_z^2 \cdot \gamma_0(\kappa).$$

(i) Erklären Sie, inwiefern die Eigenschaften dieser Folge bei $m_z = 0$ praktisch für eine Systemidentifikation (Schätzung einer Impulsantwort) sind. Geben Sie dabei die notwendigen Schritte des Schätzverfahrens an. (4 P)

Aufgabe 2 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei nachfolgendes Blockschaltbild. Es seien alle Speicher für $n < 0$ mit 0 initialisiert.



Ferner sei das Eingangssignal wie folgt definiert:

$$v(n) = [\gamma_{-1}(n+2) - \gamma_{-1}(n-2)] \cdot \gamma_0(n-3) + \gamma_0(n) + \gamma_{-1}(n-2) - 2\gamma_{-1}(n-4) \\ + 3\gamma_0(n-5) + \gamma_{-1}(n-7) + \gamma_0(n-8) \cdot \gamma_{-1}(n-9).$$

(a) Welche Form besitzt das oben angegebene Blockschaltbild? (1 P)

(b) Zeichnen Sie $v(n)$ für $0 \leq n < 11$. (2 P)

(c) Geben Sie die Folge $u(n)$ unter Berücksichtigung der Werte für $v(n)$ für die Zeitpunkte $0 \leq n < 11$ an. (3 P)

(d) Zeichnen Sie die Direktform II und nennen Sie einen Vorteil gegenüber der oben verwendeten Form. (4 P)

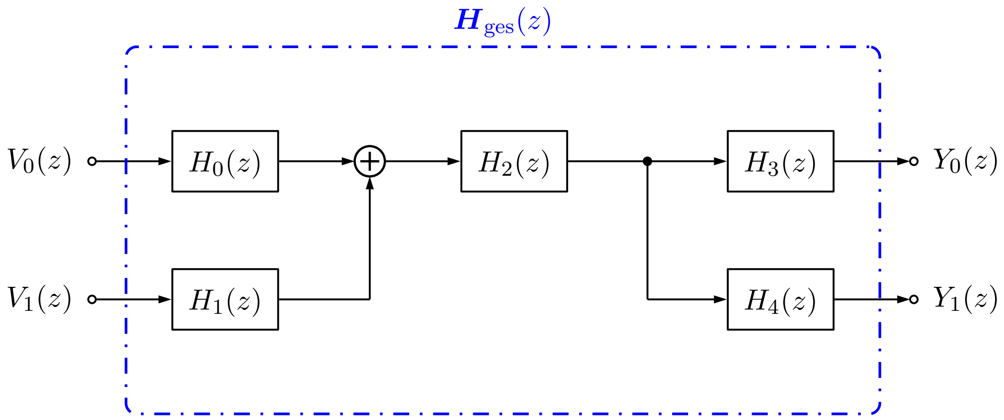
(e) Wie viele Zustände besitzt das System? (1 P)
Kennzeichnen Sie diese in Ihrer Lösung aus *(d)*.

(f) Bestimmen Sie die Impulsantwort für das gesamte System. (7 P)

(g) Welcher Teil des oben angegebenen Blockschaltbildes besitzt eine FIR-Charakteristik und welcher Teil eine IIR-Charakteristik? (Begründen Sie!) (3 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Es sei nun nachfolgendes System gegeben:



(h) Bestimmen Sie $\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z)$ in abh. von $H_i(z)$, $i \in [0, 1, 2, 3, 4]$. Was beschreiben die einzelnen Elemente von $\boldsymbol{H}_{\text{ges}}(z)$? (5 P)

Es werde nun lediglich der Übertragungspfad von $V_0(z)$ auf $Y_0(z)$ betrachtet. Außerdem gelte:

$$H_0(z) = \frac{\left(z + \frac{1}{2}\right)^3}{z - \frac{1}{4}}, \qquad H_1(z) = \frac{z}{z^2 - 4}, \qquad H_2(z) = \frac{z + \frac{1}{2}}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}},$$

$$H_3(z) = \frac{\left(z - \frac{1}{4}\right)^3}{z + \frac{1}{2}}, \qquad H_4(z) = \frac{1}{\left(z - \frac{3}{4}\right)^3}.$$

(i) Zeichnen Sie das Pol/Nullstellen Diagramm für den betrachteten Übertragungspfad. (4 P)

(j) Ist das betrachtete Teilsystem: (3 P)

(i) stabil,

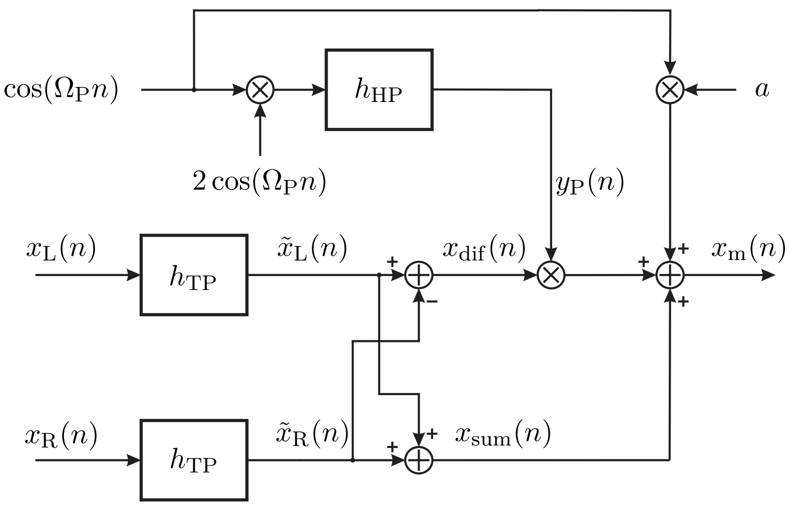
(ii) kausal,

(iii) minimalphasig?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Aufgabe 3 (34 Punkte)

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild zur Erzeugung eines „Stereo-Basisbandsignals“,



wobei es sich bei h_{TP} um ein ideales Tiefpass- und bei h_{HP} um ein ideales Hochpassfilter handelt. Die Grenzfrequenzen der Filter liegen identisch bei Ω_C und es gilt: $\Omega_C < \Omega_{\text{P}}$.

Vereinfachen Sie im Folgenden alle Ihre Lösungen unter Verwendung bekannter Theoreme soweit wie möglich.

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und Teil 3 gelöst werden.*

(a) Geben Sie das Signal $y_{\text{P}}(n)$ an. Keine Faltung notwendig! (3 P)

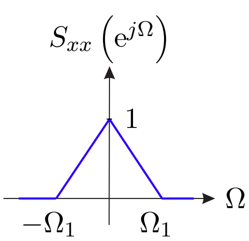
(b) Geben Sie das Ausgangssignal $x_{\text{m}}(n)$ in Abhängigkeit von $\tilde{x}_{\text{L}}(n)$ und $\tilde{x}_{\text{R}}(n)$ an. (3 P)

(c) Berechnen Sie die Fouriertransformation von Ihrem Ergebnis aus *(b)*. (4 P)

(d) Geben Sie allgemein das Leistungsdichtespektrum $S_{x_{dif}x_{dif}}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ in Abhängigkeit von den Eingangsgrößen an. Gehen Sie davon aus, dass die Signale $x_{\text{L}}(n)$ und $x_{\text{R}}(n)$ im Durchlassbereich des Tiefpassses $h_{\text{TP}}(n)$ liegen. (4 P)

(e) Ist das Leistungsdichtespektrum $S_{x_{dif}x_{dif}}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ komplex oder reell? (1 P)

Nun sollen zwei Prozesse $x_{\text{L}}(n)$ und $x_{\text{R}}(n)$ mit folgendem Autoleistungsdichtespektrum $S_{xx}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = S_{x_{\text{R}}x_{\text{R}}}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right) = S_{x_{\text{L}}x_{\text{L}}}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ übertragen werden, wobei $\Omega_1 < \Omega_C < \Omega_{\text{P}}$.



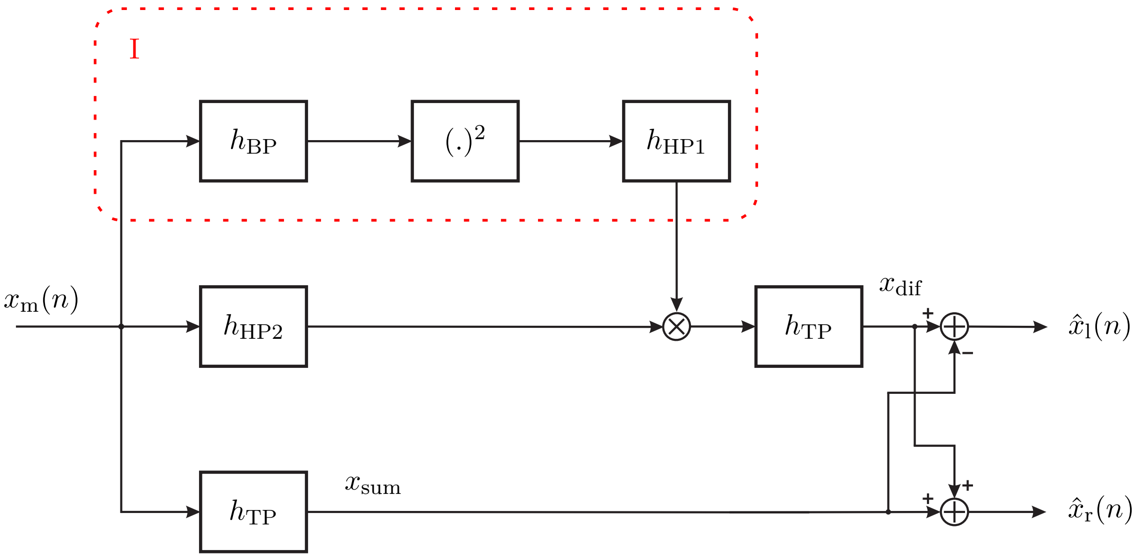
(f) Skizzieren Sie das Autoleistungsdichtespektrum $S_{x_\mathrm{m}x_\mathrm{m}}\left(\mathrm{e}^{j\Omega}\right)$ des Ausgangsprozesses $x_\mathrm{m}(n)$ für folgende zwei Fälle. Gehen Sie davon aus, dass $3\Omega_\mathrm{P} < \pi$.

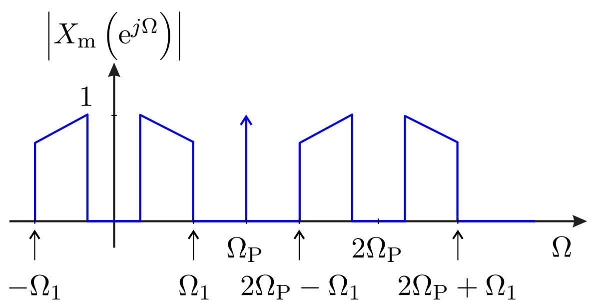
(i) Die Prozesse sind gleich, $x_\mathrm{R}(n) = x_\mathrm{L}(n)$. (3 P)

(ii) Die Prozesse $x_\mathrm{R}(n)$ und $x_\mathrm{L}(n)$ sind orthogonal zueinander. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 3 gelöst werden.*

Nach einer erfolgreichen Übertragung und Transformation in das Basisband wird ein Stereo-Basisbandsignal $x_\mathrm{m}(n)$ empfangen und mit Hilfe des unten dargestellten Demodulators wieder in zwei Stereokomponenten $x_\mathrm{l}(n)$ und $x_\mathrm{r}(n)$ aufgeteilt. Zusätzlich ist auch das Betragsspektrum des Eingangssignals gegeben.





(g) Welchem Zweck dient der oberste Signalzweig I? Schreiben Sie eine Begründung in ganzen Sätzen. (2 P)

(h) Definieren Sie die idealen Filter h_BP, h_HP1, h_HP2 und h_TP im Frequenzbereich für $0 < \Omega < \pi$. (8 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und Teil 2 gelöst werden.*

(h) Im gegebenen Blockschaltbild (Teil 1) wird die Differenz der beiden Eingangssignale $x_{\mathrm{dif}}(n)$ mit einem Trägersignal $y_{\mathrm{P}}(n)$ multipliziert. Um welche Ihnen bekannte Modulationsart handelt es sich? Welche Modulationsart würden Sie empfehlen um die Effizienz der Übertragung zu verbessern? (2 P)

Dies ist eine leere Seite.