TECHNISCHE FAKULTÄT DER
CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT
ZU KIEL

DIGITALE
SIGNALVERARBEITUNG UND
SYSTEMTHEORIE

Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2017

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	26.09.2017
Name:	______________________________
Matrikelnummer:	______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/26	/41

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2017

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	26.09.2017
Zeit:	09:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	OS40 - Norbert-Gansel-Hörsaal

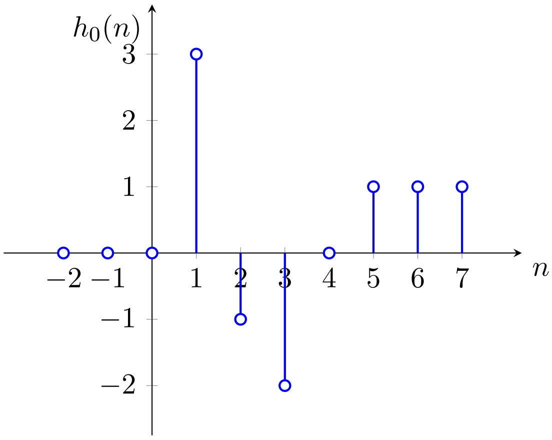
Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Fünf Minuten und eine Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden.
- Alle Hilfsmittel – außer die Kommunikation mit anderen Personen – sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei nachfolgende diskrete Impulsantwort $h_0(n)$:



Wobei zusätzlich gelte:

$$h_0(n) = 0 \;\forall\, n < 0,$$
$$h_0(n) = 1 \;\forall\, n \geq 5.$$

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Impulsantwort auf der Basis gewichteter Impuls- und Sprungfolgen. (3 P)

$$h_0(n) = 3\gamma_0(n-1) - \gamma_0(n-2) - 2\gamma_0(n-3) + \gamma_{-1}(n-5)$$

(b) Hat das System einen direkten Durchgriff? Begründen Sie. (*Hinweis:* Keine Rechnung notwendig.) (2 P)

Keinen Durchgriff, da $h_0(0) = 0$.

(c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$. (3 P)

Unter Nutzung bekannter Korrespondenzen:

$$\begin{aligned} H(z) &= 3z^{-1} - z^{-2} - 2z^{-3} + z^{-5}\frac{z}{z-1} \\ &= 3z^{-1} - z^{-2} - 2z^{-3} + z^{-4}\frac{1}{z-1} \end{aligned}$$

(d) Bestimmen Sie die Differenzengleichung. (5 P)

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{Y(z)}{V(z)} \\ &= 3z^{-1} - z^{-2} - 2z^{-3} + z^{-4}\frac{1}{z-1} \\ &= \frac{3 - 4z^{-1} - z^{-2} + 2z^{-3} + z^{-4}}{z-1}, \end{aligned}$$

also:

$$\begin{aligned}(z-1)Y(z) &= (3-4z^{-1}-z^{-2}+2z^{-3}+z^{-4})V(z)\\ Y(z) &= (3z^{-1}-4z^{-2}-z^{-3}+2z^{-4}+z^{-5})V(z)+z^{-1}Y(z)\end{aligned}$$

Transformation in den Zeitbereich liefert die Differenzengleichung:

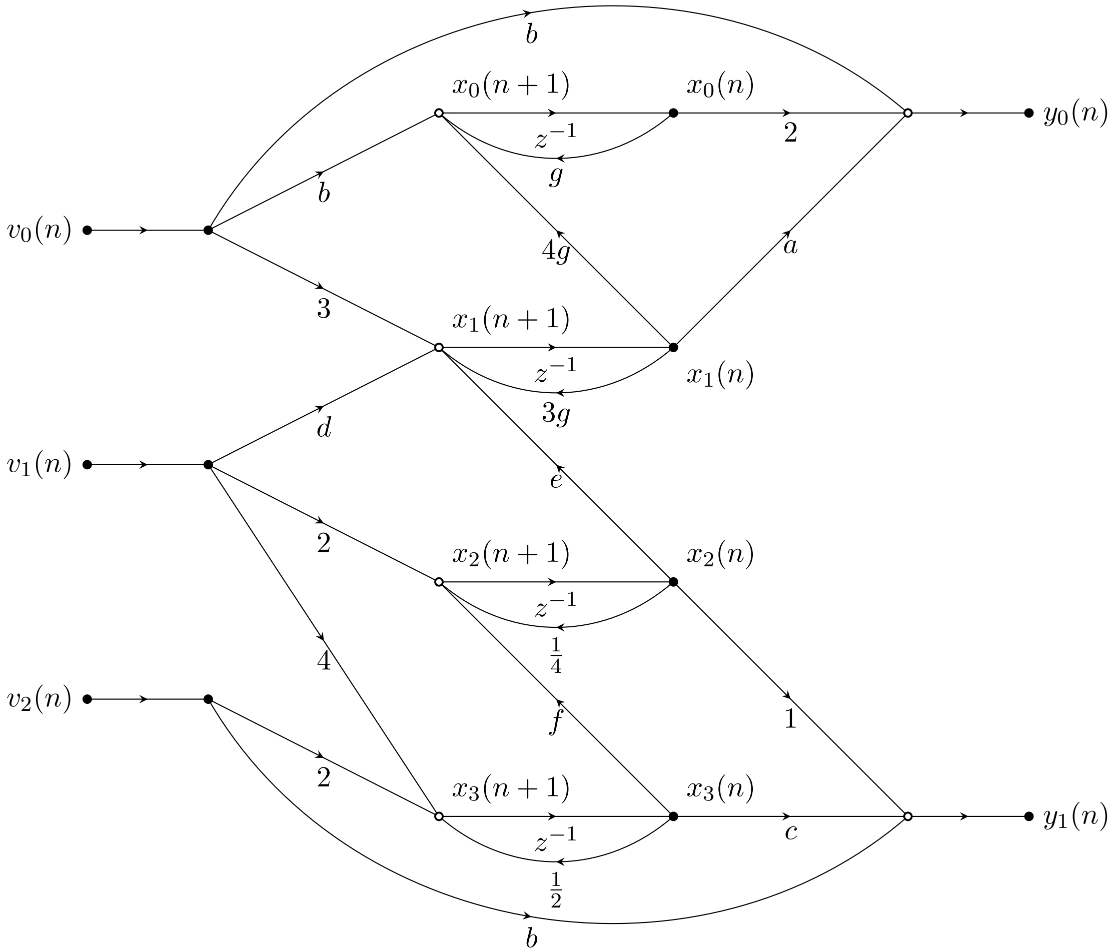
$$y(n) = 3v(n-1)-4v(n-2)-v(n-3)+2v(n-4)+v(n-5)+y(n-1)$$

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Allgemein kann ein System in Zustandsraumdarstellung durch

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n+1) &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\,\mathbf{v}(n)\\ \mathbf{y}(n) &= \mathbf{C}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\,\mathbf{v}(n)\end{aligned}$$

beschrieben werden. Gegeben sei nun folgender Signalflussgraph mit $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$:



Hinweis: Die Eigenwerte einer Dreiecksmatrix lassen sich an der Hauptdiagonalen ablesen.

(e) Geben Sie an wie viele Ein-/Ausgänge und Zustände das System besitzt. Welche Dimensionen besitzen somit die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$? (4 P)

$N = 4$ Zustände, $L = 3$ Eingänge, $R = 2$ Ausgänge.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &\rightarrow [N\text{x}N] = [4\text{x}4]\\ \mathbf{B} &\rightarrow [N\text{x}L] = [4\text{x}3]\\ \mathbf{C} &\rightarrow [R\text{x}N] = [2\text{x}4]\\ \mathbf{D} &\rightarrow [R\text{x}L] = [2\text{x}3]\end{aligned}$$

(f) Bestimmen Sie die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ und benennen Sie diese. (6 P)

Ablesen aus dem Signalflußgraphen ergibt:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} g & 4g & 0 & 0 \\ 0 & 3g & e & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & f \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 3 & d & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$

A Systemmatrix, **B** Eingangsmatrix, **C** Ausgangsmatrix, **D** Durchgangsmatrix.

(g) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix. (4 P)

$$N(z) = |z\mathbf{E} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} z-g & -4g & 0 & 0 \\ 0 & z-3g & -e & 0 \\ 0 & 0 & z-\frac{1}{4} & -f \\ 0 & 0 & 0 & z-\frac{1}{2} \end{vmatrix} = (z-g)(z-3g)\left(z-\frac{1}{4}\right)\left(z-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(z^2 - 4gz + 3g^2\right)\left(z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}\right)$$

$$= z^4 - \frac{3}{4}z^3 + \frac{1}{8}z^2 - 4gz^3 + 3gz^2 - \frac{1}{2}gz + 3g^2z^2 - \frac{9}{4}g^2z + \frac{3}{8}g^2$$

(h) Wie lässt sich das charakteristische Polynom im Hinblick auf die Übertragungsfunktion interpretieren? Begründen Sie. (2 P)

Charakteristisches Polynom ist gleich dem Nenner der Übertragungsfunktion, also kann eine Aussage über die Stabilität des Systems durch Nullstellen des charakteristischen Polynoms (i.e. den Eigenwerten der Matrix **A**, welche den Polstellen entsprechen) getroffen werden.

(i) In welchem Wertebereich müssen die unbekannten Faktoren a, b, c, d, e, f, g gewählt werden damit das System stabil ist? (4 P)

Stabilität gegeben, wenn $|z| < 1$ für alle Polstellen (i.e. Polstellen im EHK). a, b, c, d, e, f somit keinen Einfluss auf Stabilität, können beliebig gewählt werden

$$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}.$$

Aus dem charakteristischem Polynom ergeben sich die Polstellen (siehe Lsg. *(g)*, Polstellen sind die Eigenwerte der Matrix **A**):

$$z_{\infty,0} = g,\ z_{\infty,1} = 3g,\ z_{\infty,2} = \frac{1}{4},\ z_{\infty,3} = \frac{1}{2}.$$

Da $|z_{\infty,i}| < 1\ \forall i \in [0,\ldots,3]$ folgt:

$$\max\{|z_{\infty,i}|\} < 1,$$

mit $|z_{\infty,2,3}| < 1$ fordern wir:

$$|3g| < 1,$$
$$\Leftrightarrow |g| < \frac{1}{3}.$$

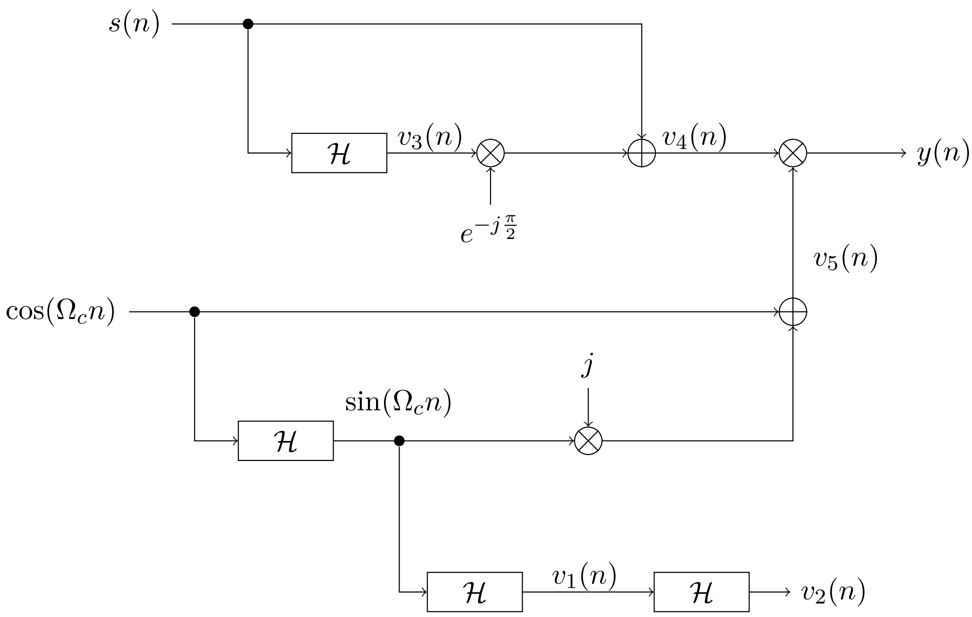
Da laut Aufgabenstellung Einschränkung auf reellwertige Zahlen:

$$-\frac{1}{3} < g < \frac{1}{3}$$

Aufgabe 2 (26 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild:



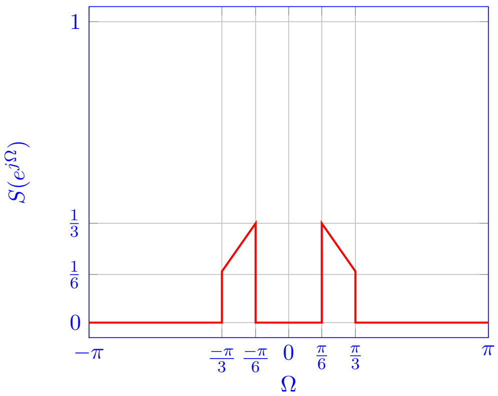
Das Teilsystem $\mathcal{H}$ stellt die ideale Hilbert-Transformation dar. Das Signal $s(n)$ ist vollständig durch sein Spektrum $S(e^{j\Omega})$ definiert. Da das Spektrum periodisch ist, soll in allen Aufgabenteilen nur $\Omega \in [-\pi, \pi)$ betrachtet werden. In diesem Bereich gilt:

$$S(e^{j\Omega}) = \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{-2|\Omega|+\pi}{\pi}, & \text{für } \frac{\pi}{6} \leq |\Omega| \leq \frac{\pi}{3} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie $v_1(n)$ und $v_2(n)$. (2 P)

$v_1(n) = -\cos(\Omega_c n)$
$v_2(n) = -\sin(\Omega_c n)$

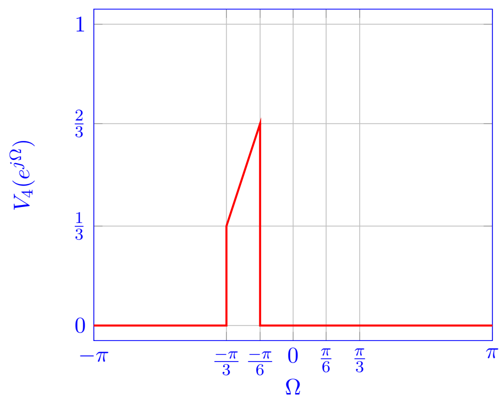
(b) Skizzieren Sie $S(e^{j\Omega})$ im Intervall $\Omega \in [-\pi, \pi)$. (3 P)



(c) Berechnen und skizzieren Sie das Spektrum von $v_4(n)$ im Intervall $\Omega \in [-\pi, \pi)$. (5 P)

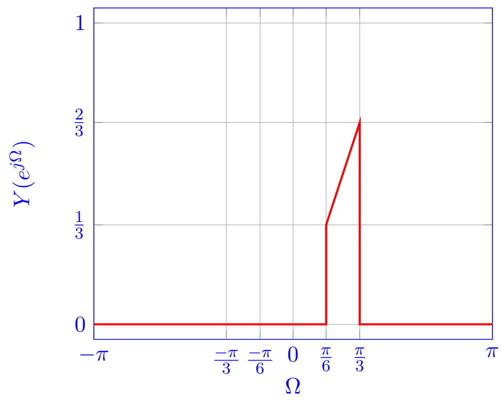
$$V_4(e^{j\Omega}) = S(e^{j\Omega}) + j^2 \mathrm{sgn}(\Omega) S(e^{j\Omega})$$
$$= S(e^{j\Omega})(1 - \mathrm{sgn}(\Omega))$$

$$V_4(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 0S(e^{j\Omega}), & \text{für } \Omega \geq 0 \\ 2S(e^{j\Omega}), & \text{für } \Omega < 0 \end{cases}$$



(d) Berechnen Sie das Spektrum des Ausgangs $y(n)$ mit $\Omega_c = \frac{\pi}{2}$. (5 P)
Anteil des unteren Zweiges ist $\cos(\Omega_c n) + j\sin(\Omega_c n) = e^{j\Omega_c n}$. Daher ist das Spektrum von $y(n)$ das Spektrum von $v_4(n)$ um $\frac{\pi}{2}$ nach rechts verschoben.

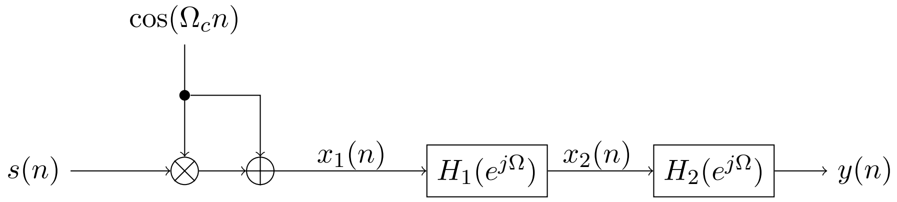
$$Y(e^{j\Omega}) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\Omega, & \text{for } \frac{\pi}{6} \leq \Omega \leq \frac{\pi}{3} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$



(e) Welcher Modulationstyp wird durch das System mit Eingang $s(n)$ und Ausgang $y(n)$ umgesetzt? (2 P)
Einseitenbandmodulation (unteres Seitenband)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild:



Das Signal $s(n)$ ist vollständig durch sein Spektrum $S(e^{j\Omega})$ definiert. Da das Spektrum periodisch ist, soll in allen Aufgabenteilen nur $\Omega \in [-\pi, \pi)$ betrachtet werden. In diesem Bereich gilt:

$$S(e^{j\Omega}) = \begin{cases} |\Omega|, & \text{für } \frac{\pi}{12} \leq |\Omega| \leq \frac{\pi}{6} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$H_1(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 0, & \text{für } 0 \leq \Big| |\Omega| - \Omega_c \Big| \leq \frac{\pi}{15} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

(f) Was ist der Modulationstyp bezüglich folgender Signale? Begründen Sie Ihre Antwort! (4 P)

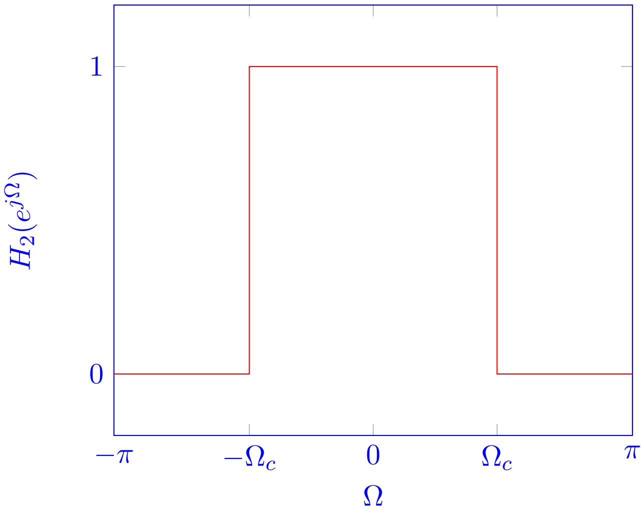
(i) $x_1(n)$
Amplitudenmodulation, da reelles Signal hochgemischt wird und der Träger addiert wird.

(ii) $x_2(n)$
AM mit unterdrücktem Träger, da $H_1(e^{j\Omega})$ den Träger entfernt-> Zweiseitenbandmodulation

(g) Geben Sie $H_2(e^{j\Omega})$ so an, dass $y(n)$ eine Einseitenbandmodulation von $s(n)$ ist. Geben Sie sowohl eine Skizze als auch eine Gleichung an! (5 P)
Sowohl ein Hoch- als auch ein Tiefpass mit der ungefähren Cutoff-Frequenz Ω_c sind gute Kandidaten für $H_2(e^{j\Omega})$.

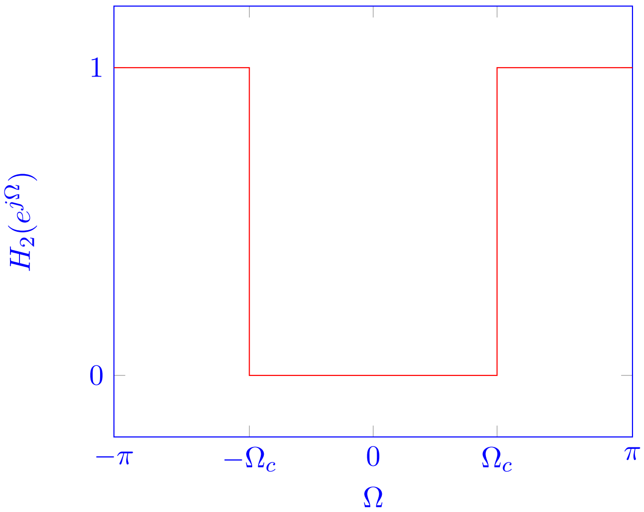
TP:

$$H_2(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 1, & \text{for } 0 \leq \mid \Omega \mid \leq \Omega_c \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$



HP:

$$H_2(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 0, & \text{for } 0 \leq \mid \Omega \mid \leq \Omega_c \\ 1, & \text{else} \end{cases}$$



Aufgabe 3 (41 Punkte)

Gegeben seien die stochastischen Signale $x(t, \phi_1)$ und $y(t, \phi_2)$ mit

$$x(t, \phi_1) = e^{j(\omega(t)+\phi_1)}$$
$$y(t, \phi_2) = e^{-j(\omega(t)+\phi_2)}.$$

Es gilt $\omega(t) = 4t$ für alle Zeitpunkte $t \in (-\infty, \infty)$. Die Prozesse $\phi_{1,2}$ sind gleichverteilt über $[\pi, \gamma)$, wobei $\gamma > \pi$ gilt. Nehmen Sie an, dass ϕ_1 und ϕ_2 statistisch unabhängig voneinander sind.

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

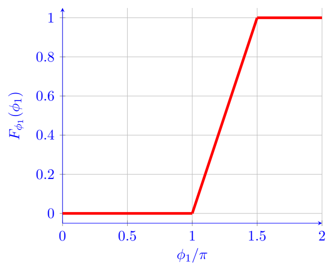
(a) Sind ϕ_1 und ϕ_2 korreliert? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)
ϕ_1 und ϕ_2 sind unkorreliert da statistische Unabhängigkeit vorliegt.

(b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{\phi_1\phi_2}(\phi_1, \phi_2)$ an. (2 P)

$$f_{\phi_1\phi_2}(\phi_1, \phi_2) = \begin{cases} \frac{1}{(\gamma-\pi)^2}, & \text{für } \pi \leq \phi_1 < \gamma \quad \wedge \quad \pi \leq \phi_2 < \gamma \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_{\phi_1}(\phi_1)$ und skizzieren Sie diese mit allen notwendigen Angaben im Intervall $[0, 2\pi]$. Nehmen Sie hierfür $\gamma = \frac{3\pi}{2}$ an. (4 P)

$$F_{\phi_1}(\phi_1) = \begin{cases} 0, & \text{für } \phi_1 < \pi \\ \frac{2}{\pi}(\phi_1 - \pi), & \text{für } \pi \leq \phi_1 < \frac{3\pi}{2} \\ 1, & \text{für } \frac{3\pi}{2} \leq \phi_1 \end{cases}$$



Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Mit $\phi_1 \equiv \phi_2$ gilt nun

$$z(t, \phi_1) = x(t, \phi_1) + y(t, \phi_1).$$

(d) Vereinfachen Sie den Ausdruck für $z(t,\phi_1)$. Wie lässt sich das Signal interpretieren? (3 P)
Das Signal lässt sich als Cosinus mit zufälliger Phase interpretieren.

$$\begin{aligned} z(t,\phi_1) &= e^{j(\omega(t)+\phi_1)} + e^{-j(\omega(t)+\phi_1)} \\ &= 2\cos(\omega(t)+\phi_1) \end{aligned}$$

(e) Berechnen Sie das 2. Moment des Summensignals $z(t,\phi_1)$ in Abhängigkeit von $\omega(t)$ und γ. **Hinweis**: $\cos^2(\theta) = \frac{1}{2}\cos(2\theta) + \frac{1}{2}$ (5 P)
Das zweite Moment ist definiert als

$$m_z^{(2)} = \mathrm{E}\left\{z^2(t,\phi_1)\right\}$$

Somit berechnet sich das zweite Moment zu

$$\begin{aligned} m_z^{(2)}(t) &= 4\int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(\omega(t)+\phi_1) f_{\phi_1}(\phi_1)\mathrm{d}\phi_1 = \frac{4}{\gamma-\pi}\int_{\pi}^{\gamma} \cos^2(\omega(t)+\phi_1)\mathrm{d}\phi_1 \\ &= \frac{4}{\gamma-\pi}\int_{\pi}^{\gamma}\left(\frac{1}{2}\cos(2\omega(t)+2\phi_1)+\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}\phi_1 = \frac{2}{\gamma-\pi}\left[\frac{1}{2}\sin(2\omega(t)+2\phi_1)+\phi_1\right]_{\pi}^{\gamma} \\ &= 2 + \frac{\sin(2\omega(t)+2\gamma)-\sin(2\omega(t)+2\pi)}{\gamma-\pi} \end{aligned}$$

(f) Leiten Sie aus dem Ergebnis von *(e)* ab, welche Werte γ annehmen darf damit das Summensignal $z(t,\phi_1)$ bezüglich des 2. Momentes stationär ist. (3 P)
Aus *(e)* ist ersichtlich, dass die Zeitabhängigkeit des zweiten Momentes verschwindet wenn

$$\sin(2\omega(t)+2\gamma) = \sin(2\omega(t)+2\pi)$$

gilt. Somit ergibt sich mit $k \in \mathbb{N}_+$ die Bedingung

$$\begin{aligned} 2\gamma &= 2\pi + k2\pi \\ \Leftrightarrow \quad \gamma &= \pi + k\pi \end{aligned}$$

Zusätzlich sei nun ein weiteres Signal definiert:

$$\tilde{z}(t,\phi_1) = \left|z(t,\phi_1) + 2j\sin(\omega(t)+\phi_1)\right|$$

(g) Bestimmen Sie linearen Mittelwert und Varianz von $\tilde{z}(t,\phi_1)$ an der Stelle $t=\beta$. (4 P)
$\tilde{z}(t,\phi_1)$ ist immer identisch 2 für alle Eingangsparameter. Somit berechnet der Mittelwert sich zu $m_{\tilde{z}} = 2$ und die Varianz zu $\sigma_{\tilde{z}}^2 = 0$.

(h) Ist $\tilde{z}(t,\phi_1)$ ergodisch? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 P)
Da $\tilde{z}(t,\phi_1) = 2$ gilt, liegt generell keine Zeitabhängigkeit vor und der Prozess ist stationär. Dadurch, dass $\tilde{z}(t,\phi_1)$ konstant ist, ist es zusätzlich egal über welche Dimension integriert wird, sodass $\tilde{z}(t,\phi_1)$ auch ergodisch ist.

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden. Nutzen Sie falls möglich Transformationssätze und Korrespondenzen aus.*

Gegeben sei der mittelwertfreie, ideal weiße Rauschprozess $v(t)$ mit der konstanten Leistungsdichte S_0. Der Prozess ist Eingang für eine Übertragungsstrecke, die durch $H(j\omega)$ modelliert wird:

$$v(t) \longrightarrow \boxed{H(j\omega)} \longrightarrow a(t)$$

Für das Ausgangssignal $a(t)$ der Übertragungsstrecke kann die Autokorrelationsfunktion bestimmt werden:

$$s_{aa}(\tau) = \begin{cases} -\frac{1}{2}|\tau| + 1 & \text{für } |\tau| \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(i) Werten Sie die Autokorrelationsfunktion von $v(t)$ an den Stellen $\tau = 0, 1, 2$ aus. (2 P)
Die Autokorrelationsfunktion ist ein Dirac-Stoß mit Gewicht S_0 an der Stelle $\tau = 0$:

$$s_{vv}(0) = S_0 \cdot \delta(0) = S_0 \cdot \infty$$
$$s_{vv}(1) = s_{vv}(2) = 0$$

(j) Berechnen Sie $|H(j\omega)|$. Vereinfachen Sie das Ergebnis! (5 P)
Die Autokorrelationsfunktion ist ein Dreieckssignal mit $T = 2$. Das zugehörige Leistungsdichtespektrum ist demnach

$$S_{aa}(j\omega) = 2\mathrm{si}^2(\omega).$$

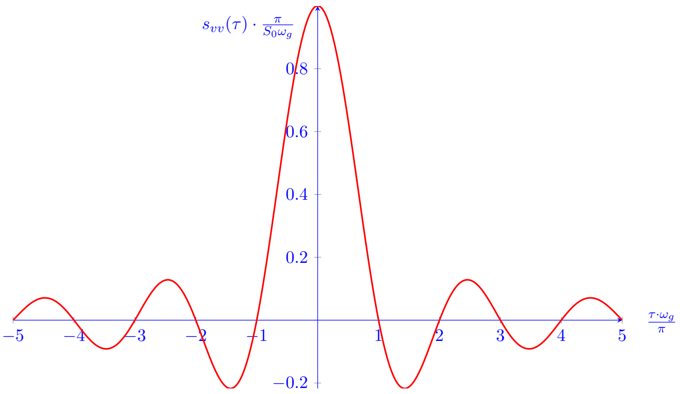
Mit der Beziehung $S_{aa}(j\omega) = S_{vv}(j\omega)|H(j\omega)|^2$ lässt sich der Betrag der Übertragunsfunktion bestimmen:

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\frac{S_{aa}(j\omega)}{S_{vv}(j\omega)}} = \sqrt{\frac{2\mathrm{si}^2(\omega)}{S_0}} = \sqrt{\frac{2}{S_0}}|\mathrm{si}(\omega)|$$

Nun wird $v(t)$ ideal bandbegrenzt, sodass $S_{vv}(j\omega) = 0 \,\forall\, \omega \notin (-\omega_g, \omega_g)$ gilt.

(k) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion des bandbegrenzten Prozesses und skizzieren Sie diese in einem geeigneten Intervall. Geben Sie alle relevanten Werte an! (6 P)
Das Leistungsdichtespektrum ist eine Rechteckfunktion mit $T = \omega_g$ und Gewicht S_0. Über eine direkte Korrespondenz (oder symmetrische Korrespondenz + Symmetriesatz) lässt sich die Autokorrelationsfunktion bestimmen:

$$s_{vv}(\tau) = \frac{S_0 \omega_g \mathrm{si}(\omega_g \tau)}{\pi}$$



(l) Darf der bandbegrenzte Prozess weiterhin als “weiß“ bezeichnet werden? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Ein weißes Signal beinhaltet alle Frequenzen zu gleichem Anteil. Durch die Bandbegrenzung ist dies nicht mehr gegeben. Je nach Lage der Frequenz ω_g kann das Signal aber als näherungsweise weiß bezeichnet werden.

Dies ist eine leere Seite.