Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2017

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 26.09.2017

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/26	/41

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

- ☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme II

Modulklausur SoSe 2017

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	26.09.2017
Zeit:	09:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	OS40 - Norbert-Gansel-Hörsaal

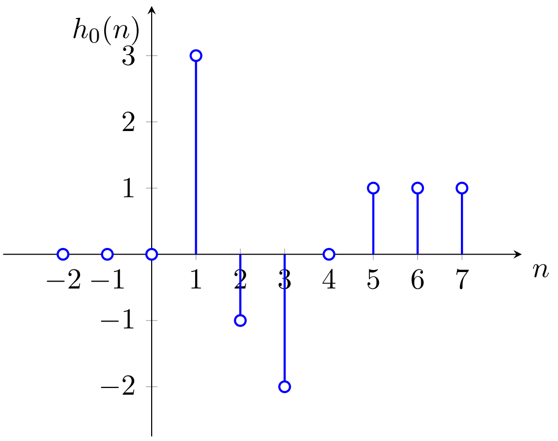
Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Fünf Minuten und eine Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden.
- Alle Hilfsmittel – außer die Kommunikation mit anderen Personen – sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 **(33 Punkte)**

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei nachfolgende diskrete Impulsantwort $h_0(n)$:



Wobei zusätzlich gelte:

$$h_0(n) = 0 \;\forall\; n < 0,$$
$$h_0(n) = 1 \;\forall\; n \geq 5.$$

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Impulsantwort auf der Basis gewichteter Impuls- und Sprungfolgen. (3 P)

(b) Hat das System einen direkten Durchgriff? Begründen Sie. (*Hinweis:* Keine Rechnung notwendig.) (2 P)

(c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(z)$. (3 P)

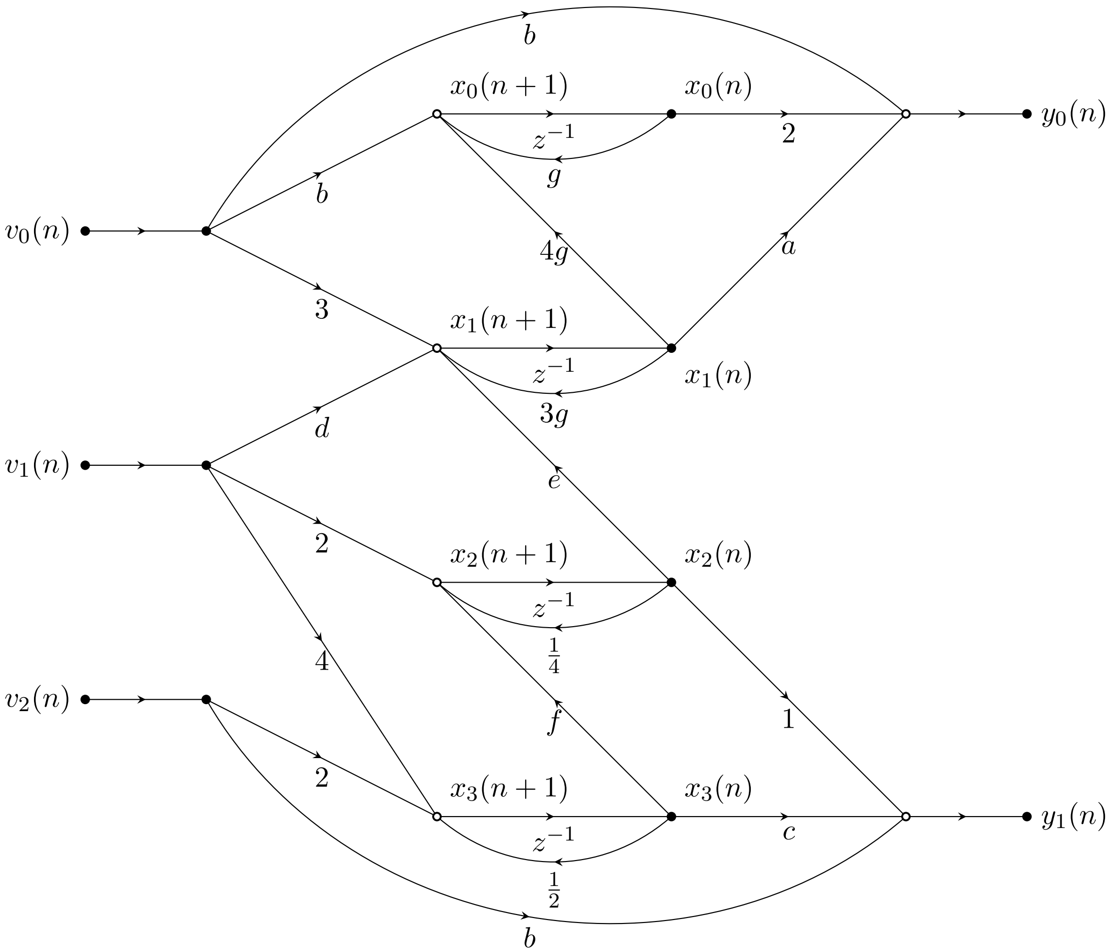
(d) Bestimmen Sie die Differenzengleichung. (5 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Allgemein kann ein System in Zustandsraumdarstellung durch

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(n+1) &= \mathbf{A}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{B}\,\mathbf{v}(n)\\ \mathbf{y}(n) &= \mathbf{C}\,\mathbf{x}(n) + \mathbf{D}\,\mathbf{v}(n)\end{aligned}$$

beschrieben werden. Gegeben sei nun folgender Signalflussgraph mit $a, b, c, d, e, f, g \in \mathbb{R}$:



Hinweis: Die Eigenwerte einer Dreiecksmatrix lassen sich an der Hauptdiagonalen ablesen.

(e) Geben Sie an wie viele Ein-/Ausgänge und Zustände das System besitzt. Welche Dimensionen besitzen somit die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$? (4 P)

(f) Bestimmen Sie die Matrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ und benennen Sie diese. (6 P)

(g) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom der Systemmatrix. (4 P)

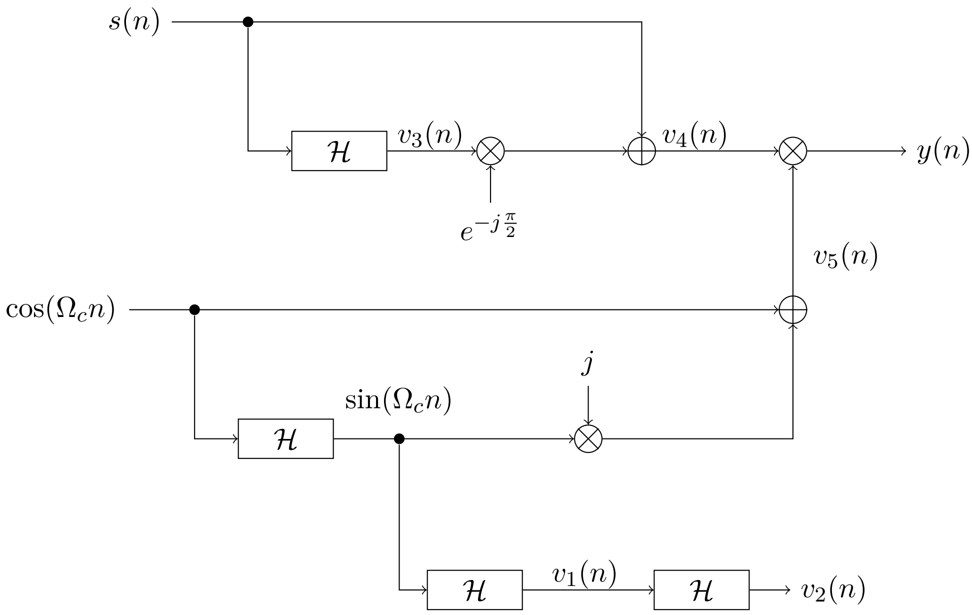
(h) Wie lässt sich das charakteristische Polynom im Hinblick auf die Übertragungsfunktion interpretieren? Begründen Sie. (2 P)

(i) In welchem Wertebereich müssen die unbekannten Faktoren a, b, c, d, e, f, g gewählt werden damit das System stabil ist? (4 P)

Aufgabe 2 (26 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild:



Das Teilsystem $\mathcal{H}$ stellt die ideale Hilbert-Transformation dar. Das Signal $s(n)$ ist vollständig durch sein Spektrum $S(e^{j\Omega})$ definiert. Da das Spektrum periodisch ist, soll in allen Aufgabenteilen nur $\Omega \in [-\pi, \pi)$ betrachtet werden. In diesem Bereich gilt:

$$S(e^{j\Omega}) = \begin{cases} \frac{1}{2}\frac{-2|\Omega|+\pi}{\pi}, & \text{für } \frac{\pi}{6} \leq |\Omega| \leq \frac{\pi}{3} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie $v_1(n)$ und $v_2(n)$. (2 P)

(b) Skizzieren Sie $S(e^{j\Omega})$ im Intervall $\Omega \in [-\pi, \pi)$. (3 P)

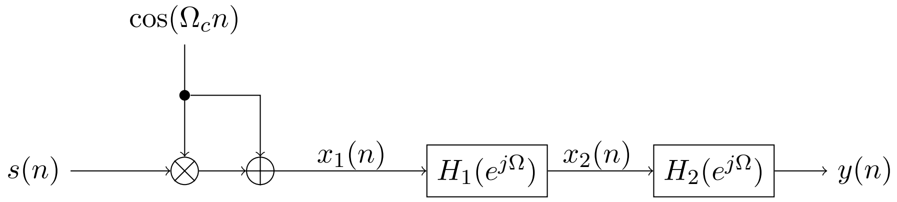
(c) Berechnen und skizzieren Sie das Spektrum von $v_4(n)$ im Intervall $\Omega \in [-\pi, \pi)$. (5 P)

(d) Berechnen Sie das Spektrum des Ausgangs $y(n)$ mit $\Omega_c = \frac{\pi}{2}$. (5 P)

(e) Welcher Modulationstyp wird durch das System mit Eingang $s(n)$ und Ausgang $y(n)$ umgesetzt? (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben ist das folgende Blockschaltbild:



Das Signal $s(n)$ ist vollständig durch sein Spektrum $S(e^{j\Omega})$ definiert. Da das Spektrum periodisch ist, soll in allen Aufgabenteilen nur $\Omega \in [-\pi, \pi)$ betrachtet werden. In diesem Bereich gilt:

$$S(e^{j\Omega}) = \begin{cases} |\Omega|, & \text{für } \frac{\pi}{12} \leq |\Omega| \leq \frac{\pi}{6} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$H_1(e^{j\Omega}) = \begin{cases} 0, & \text{für } 0 \leq \Big||\Omega| - \Omega_c\Big| \leq \frac{\pi}{15} \\ 1, & \text{sonst} \end{cases}$$

(f) Was ist der Modulationstyp bezüglich folgender Signale? Begründen Sie Ihre Antwort! (4 P)

(i) $x_1(n)$

(ii) $x_2(n)$

(g) Geben Sie $H_2(e^{j\Omega})$ so an, dass $y(n)$ eine Einseitenbandmodulation von $s(n)$ ist. Geben Sie sowohl eine Skizze als auch eine Gleichung an! (5 P)

Aufgabe 3 (41 Punkte)

Gegeben seien die stochastischen Signale $x(t, \phi_1)$ und $y(t, \phi_2)$ mit

$$x(t, \phi_1) = e^{j(\omega(t)+\phi_1)}$$
$$y(t, \phi_2) = e^{-j(\omega(t)+\phi_2)}.$$

Es gilt $\omega(t) = 4t$ für alle Zeitpunkte $t \in (-\infty, \infty)$. Die Prozesse $\phi_{1,2}$ sind gleichverteilt über $[\pi, \gamma)$, wobei $\gamma > \pi$ gilt. Nehmen Sie an, dass ϕ_1 und ϕ_2 statistisch unabhängig voneinander sind.

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

(a) Sind ϕ_1 und ϕ_2 korreliert? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(b) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitssdichte $f_{\phi_1\phi_2}(\phi_1, \phi_2)$ an. (2 P)

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung $F_{\phi_1}(\phi_1)$ und skizzieren Sie diese mit allen notwendigen Angaben im Intervall $[0, 2\pi]$. Nehmen Sie hierfür $\gamma = \frac{3\pi}{2}$ an. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Mit $\phi_1 \equiv \phi_2$ gilt nun

$$z(t, \phi_1) = x(t, \phi_1) + y(t, \phi_1).$$

(d) Vereinfachen Sie den Ausdruck für $z(t, \phi_1)$. Wie lässt sich das Signal interpretieren? (3 P)

(e) Berechnen Sie das 2. Moment des Summensignals $z(t, \phi_1)$ in Abhängigkeit von $\omega(t)$ und γ. **Hinweis**: $\cos^2(\theta) = \frac{1}{2}\cos(2\theta) + \frac{1}{2}$ (5 P)

(f) Leiten Sie aus dem Ergebnis von *(e)* ab, welche Werte γ annehmen darf damit das Summensignal $z(t, \phi_1)$ bezüglich des 2. Momentes stationär ist. (3 P)

Zusätzlich sei nun ein weiteres Signal definiert:

$$\tilde{z}(t, \phi_1) = \Big| z(t, \phi_1) + 2j\sin(\omega(t) + \phi_1) \Big|$$

(g) Bestimmen Sie linearen Mittelwert und Varianz von $\tilde{z}(t, \phi_1)$ an der Stelle $t = \beta$. (4 P)

(h) Ist $\tilde{z}(t, \phi_1)$ ergodisch? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden. Nutzen Sie falls möglich Transformationssätze und Korrespondenzen aus.*

Gegeben sei der mittelwertfreie, ideal weiße Rauschprozess $v(t)$ mit der konstanten Leistungsdichte S_0. Der Prozess ist Eingang für eine Übertragungsstrecke, die durch $H(j\omega)$ modelliert wird:

$$v(t) \longrightarrow \boxed{H(j\omega)} \longrightarrow a(t)$$

Für das Ausgangssignal $a(t)$ der Übertragungsstrecke kann die Autokorrelationsfunktion bestimmt werden:

$$s_{aa}(\tau) = \begin{cases} -\frac{1}{2}|\tau| + 1 & f\ddot{u}r\ |\tau| \leq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(i) Werten Sie die Autokorrelationsfunktion von $v(t)$ an den Stellen $\tau = 0, 1, 2$ aus. (2 P)

(j) Berechnen Sie $|H(j\omega)|$. Vereinfachen Sie das Ergebnis! (5 P)

Nun wird $v(t)$ ideal bandbegrenzt, sodass $S_{vv}(j\omega) = 0\ \forall\, \omega \notin (-\omega_g, \omega_g)$ gilt.

(k) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion des bandbegrenzten Prozesses und skizzieren Sie diese in einem geeigneten Intervall. Geben Sie alle relevanten Werte an! (6 P)

(l) Darf der bandbegrenzte Prozess weiterhin als "weiß" bezeichnet werden? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Dies ist eine leere Seite.