Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2020/2021

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 26.03.2021

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/33	/36	/31

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2020/2021

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	online
Datum:	26.03.2021
Beginn:	08:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist ausschließlich das Durchblättern der aktuellen Klausur erlaubt**, darüber hinaus sind alle Schreibutensilien abzulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (33 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Für eine Periode des Signals $v(t)$ im Intervall $[0, T]$ gilt mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$:

$$v(t) = -\int_0^t 4\,\omega_0 \sin\left(5\,\omega_0\tau\right) d\tau \;-\; 8\,\sin^2\left(\frac{1}{2}\,\omega_0 t\right) + \frac{4}{3}\,\sin\left(\frac{1}{2}(6\,\omega_0 t + \pi)\right) + \frac{9}{5}.$$

(a) Nennen Sie zwei Verfahren, um die Koeffizienten der trigonometrischen Fourier-Reihe für ein Signal zu erhalten! Beschreiben Sie kurz das Vorgehen! Geben Sie allgemeine Formeln an, wenn für das Verfahren erforderlich! (5 P)

(b) Bestimmen Sie die trigonometrischen Fourier-Reihenkoeffizienten des Signals $v(t)$! (8 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sind folgende Signale mit $\tau, a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} v_1(t) &= \delta_{-1}(t)a^{\tau t} \quad \text{mit } a > 1 \text{ und } \tau < 0, \\ v_2(t) &= \delta_{-1}(t)a^{\tau t} \quad \text{mit } a > 1 \text{ und } \tau > 0, \\ v_3(t) &= \cos(2\pi f t). \end{aligned}$$

(c) Gegeben sind Fourier-Reihe, Fourier-Transformation und Laplace-Transformation. Welche Transformation würden Sie für welches Signal verwenden? Jede Transformation darf genau einmal verwendet werden. Begründen Sie ihre Antwort! (6 P)

(d) Bestimmen sie den Konvergenzbereich für das Signal, dem Sie die Laplace-Transformation zugeordnet haben und erklären Sie den Begriff! (4 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Für eine Periode des Signals $v_4(t)$ gilt mit $a > 0$:

$$v_4(t) = -a\,\mathrm{sign}\left(t - \frac{T}{2}\right) \quad \text{für alle} \quad 0 \le t \le T.$$

(e) Skizzieren Sie $v_4(t)$ im Intervall $[0, T]$! (2 P)

(f) Sind die Fourier-Reihenkoeffizienten für $v_4(t)$ gerade oder ungerade? Begründen Sie! (2 P)

(g) Bei der Fourierreihendarstellung des Signals $v_4(t)$ tritt eine Besonderheit auf. Nennen Sie die korrekte Bezeichnung dafür und erklären Sie, wie diese zustande kommt! Skizzieren Sie grob das Signal $v_5(t)$ im Intervall $[0, T]$. Dieses entspricht einer Approximation von $v_4(t)$ mithilfe einer endlichen Anzahl an Fourier-Reihenkoeffizienten. Markieren Sie in der Skizze Unterschiede zu $v_4(t)$! (6 P)

Aufgabe 2 (36 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei die Diskrete Fourier-Transformierte $V_M(\mu)$ einer diskreten Folge $v(n)$ der Länge $M = 4$:

$$V_M(\mu) = \begin{cases} 0, & \mu = 0, \\ 3, & \mu = 1, \\ 2, & \mu = 2, \\ 1, & \mu = 3. \end{cases}$$

(a) Aus der Vorlesung Signale und Systeme I wissen Sie, dass die Diskrete Fourier-Transformierte $V_M(\mu)$ M-periodisch ist. Zeigen Sie allgemein, dass der Zusammenhang $V_M(\mu + \lambda M) = V_M(\mu)$ gilt. (6 P)

(b) Wie Sie sehen, sind die Werte der Diskreten Fourier-Transformierten $V_M(\mu)$ reellwertig. Enthält $V_M(\mu)$ gerade und ungerade Anteile? Begründen Sie Ihre Antwort! (3 P)

(c) Unter der Betrachtung der Eigenschaften der Diskreten Fourier-Transformierten $V_M(\mu)$ aus der Teilaufgabe *(b)*, was können Sie über die Folge $v(n)$ sagen, ohne sie zu berechnen? Ist die Folge reellwertig oder komplex? Enthält $v(n)$ gerade und ungerade Anteile? Begründen Sie Ihre Antwort! (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben seien eine Diskrete Fourier-Transformierte $V_{\mathrm{a},M}(\mu) = \mathrm{DFT}\{v_\mathrm{a}(n)\}$ und eine diskrete Folge $v_\mathrm{b}(n) = \mathrm{IDFT}\{V_{\mathrm{b},M}(\mu)\}$, beide der Länge $M = 4$:

$$V_{\mathrm{a},M}(\mu) = \begin{cases} \frac{9}{4}, & \mu = 0, \\ 2 - j, & \mu = 1, \\ 16, & \mu = 2, \\ 2 + j, & \mu = 3, \end{cases} \qquad v_\mathrm{b}(n) = \begin{cases} 4, & n = 0, \\ 2, & n = 1, \\ \frac{1}{2}, & n = 2, \\ \frac{1}{4}, & n = 3. \end{cases}$$

(d) Sie möchten das Ergebnis der zyklischen Faltung von $v_\mathrm{c}(n) = v_\mathrm{a}(n) \circledast v_\mathrm{b}(n)$ bestimmen. Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweisen mindestens für zwei Möglichkeiten! (5 P)

(e) Welche Faltungs-Arten kennen Sie? Nennen Sie den Hauptunterschied zwischen den Faltungs-Arten! (3 P)

(f) Nehmen Sie an, dass die Folge $v_\mathrm{a}(n) = v_\mathrm{b}(n) \circledast h(n)$ das Ergebnis einer zyklischen Faltung mit einer Folge $h(n)$ ist. Wie würden Sie die Diskrete Fourier-Transformierte

$H_M(\mu) = \mathrm{DFT}\{h(n)\}$ bestimmen? Beschreiben Sie Ihre Vorgehensweise! (3 P)

(g) Bestimmen Sie die Diskrete Fourier-Transformierte $H_M(\mu) = \mathrm{DFT}\{h(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. Vereinfachen Sie soweit es geht! (12 P)

Aufgabe 3 (31 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das System

$$y(t) = S\{v(t)\} = \int\limits_{\tau=-\infty}^{t} v(\tau - \alpha)\, e^{-\frac{\tau}{\alpha}t}\, d\tau$$

beschrieben durch die Systemantwort $y(t)$ auf die Systemanregung $v(t)$.

(a) Bestimmen Sie die Antwort $y_0(t)$ des Systems auf die Anregung mit $v(t) = \delta_0(t)$. Lösen Sie die Gleichung so weit wie möglich auf! (5 P)

(b) Bestimmen Sie das Spektrum $Y_0(j\omega) = \mathcal{F}\{y_0(t)\}$. (5 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion

$$H_\mathrm{d}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{z}{z - a_i}$$

mit $N = 3, a_0 = \frac{3}{4}, a_1 = \frac{1}{2}j$ und $a_2 = -\frac{1}{2}j$.

(c) Bestimmen Sie die Pol- und Nullstellen des Systems und zeichnen Sie das Pol-/Nullstellen-Diagramm! (10 P)

(d) Bestimmen Sie den Verstärkungsfaktor des Systems. (1 P)

(e) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_{0,\mathrm{d}}(n)$ des Systems. Geben Sie auch das Konvergenzgebiet an! (6 P)

(f) Ist das angegebene System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

(g) Ist das angegebene System minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)