Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2018/2019

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 05.03.2019

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/34	/30	/36

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2018/2019

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	OHP5 - Chemie II
Datum:	05.03.2019
Beginn:	09:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist ausschließlich das Durchblättern der aktuellen Klausur erlaubt**, darüber hinaus sind alle Schreibutensilien abzulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (34 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das Signal

$$v(t) = \sin^2\left(\frac{3}{2}\omega_0 t\right),$$

mit $\omega_0 = 2\pi f_0$. Die Periodendauer des Signals $v(t)$ sei T_P.

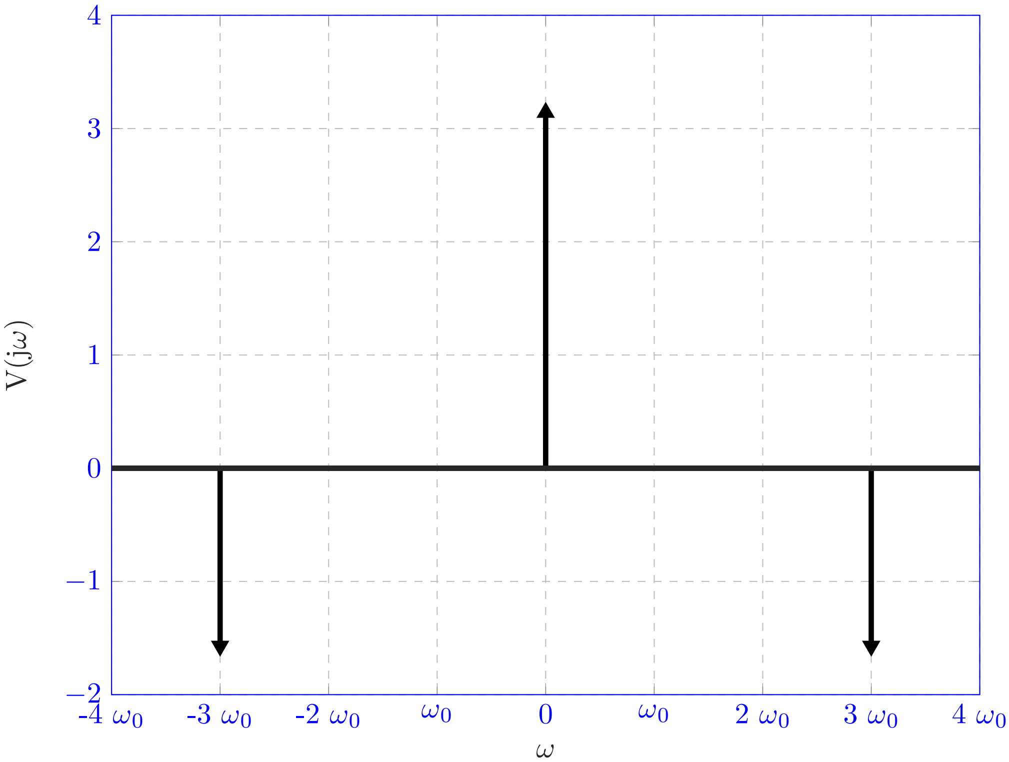
(a) Können Sie über die Symmetrieeigenschaften des Signals $v(t)$ bereits eine Aussage über das resultierende Spektrum machen? (2 P)

Zerlegung des $\sin^2()$ mithilfe der dazugehörigen trigonometrischen Funktion (siehe Formelsammlung):

$$\sin^2\left(\frac{3}{2}\omega_0 t\right) = \frac{1}{2}\Big[1 - \cos(3\omega_0 t)\Big]$$

Die Funktion ist reell und sowohl der Gleichanteil, als auch der cos()-Anteil sind gerade. Somit ist die Gesamtfunktion ebenso gerade und reell., woraus ein reelles und gerades Spektrum resultiert.

(b) Geben Sie das Spektrum $V(j\omega)$ des Signals $v(t)$ an. Skizzieren Sie das Spektrum im Bereich $[-4\omega_0, 4\omega_0]$. (6 P)



$$v(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(3\omega_0 t)$$

Direkte Transformation möglich (siehe Formelsammlung).

$$V(j\omega) = \pi\delta_0(\omega) - \frac{1}{2}\pi\left[\delta_0(\omega + 3\omega_0) + \delta_0(\omega - 3\omega_0)\right]$$

(c) Wie lautet die Definition des Abtasttheorems? (1 P)

Das Abtasttheorem besagt, dass ein Signal, bandbegrenzt durch eine maximale Frequenz ω_B, dann exakt rekonstruierbar ist, wenn es mit der Abtastfrequenz ω_A abgetastet wurde:

$$\omega_A > 2\omega_B.$$

(d) Das Signal $v(t)$ wird mit den folgenden Abtastperioden abgetastet: (6 P)

(i) $T_{A,1} = \frac{T_P}{4}$

(ii) $T_{A,2} = \frac{T_P}{8}$

Skizzieren Sie jeweils eine ganze Periode der abgetasteten Folge und geben Sie an, ob das Abtasttheorem eingehalten wird.

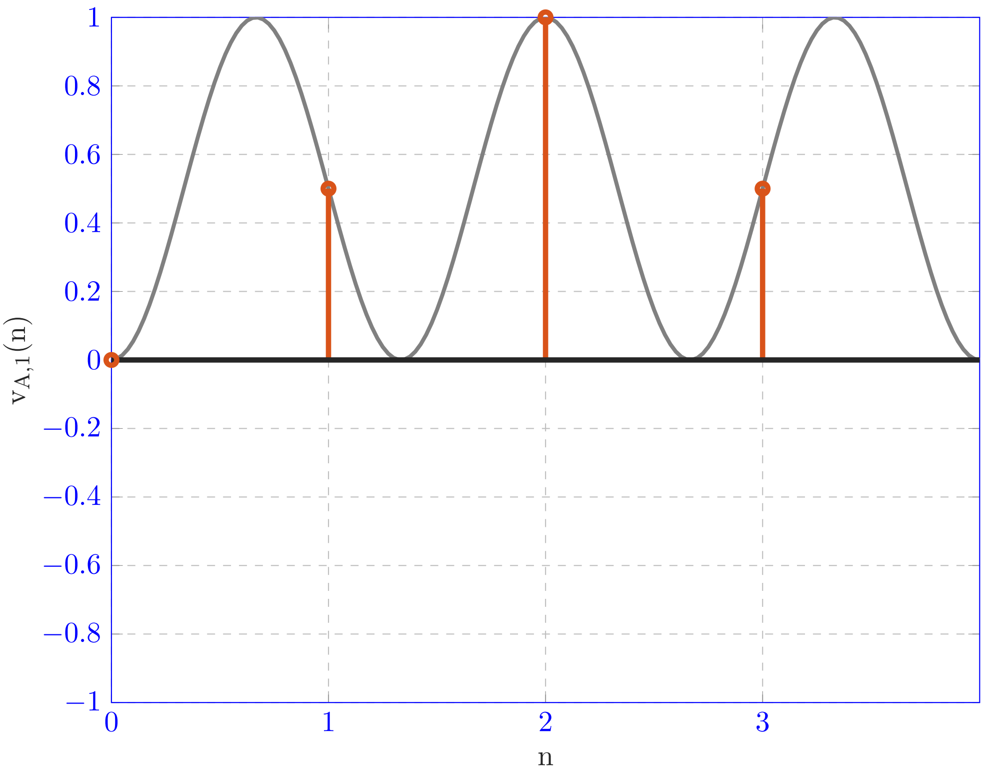
Die maximal im Signal auftretende Frequenz beträgt $3\,\omega_0$. Die Abtastfrequenz muss mehr als das doppelte betragen, somit muss gelten:

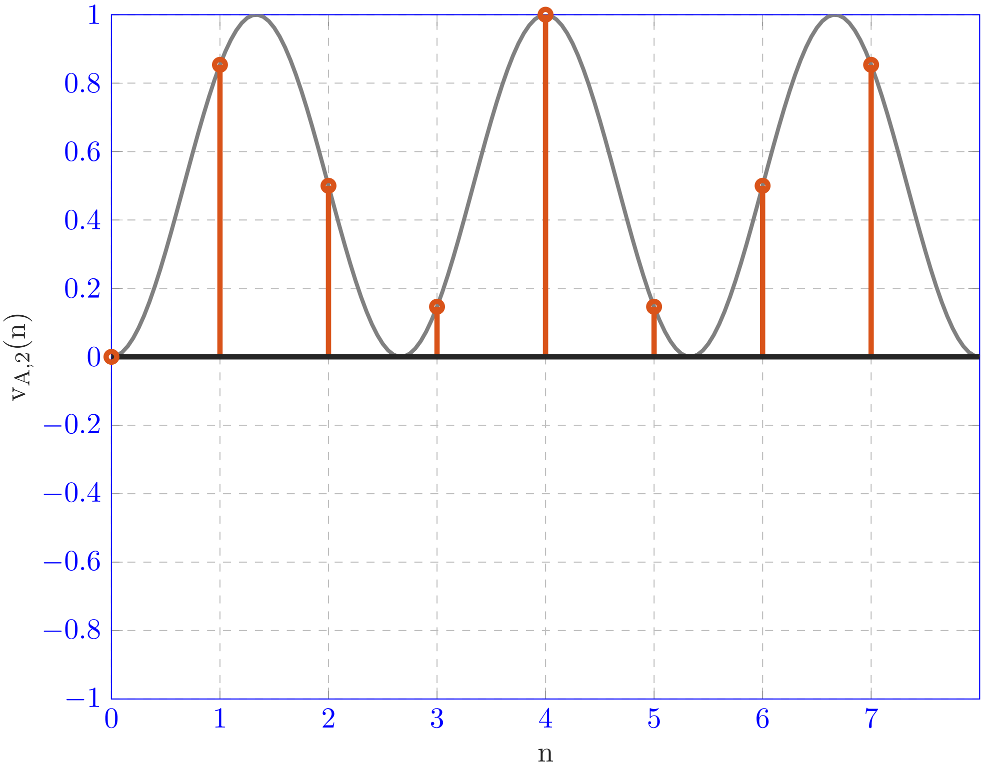
$$\omega_A > 6\omega_0.$$

Bzw. es ergibt sich durch $f_P = \frac{1}{T_P}$ für die Periodendauer des Signals:

$$T_A < \frac{T_0}{6}.$$

Somit wird das Abtasttheorem nur bei der zweiten Abtastung eingehalten. (**ACHTUNG**: Gefordert sind hier nur die in rot eingezeichneten Abtastwerte. Die in grau hinterlegte kontinuierliche Darstellung der Funktion dient nur dem Verständnis, soll jedoch nicht gezeichnet werden!):





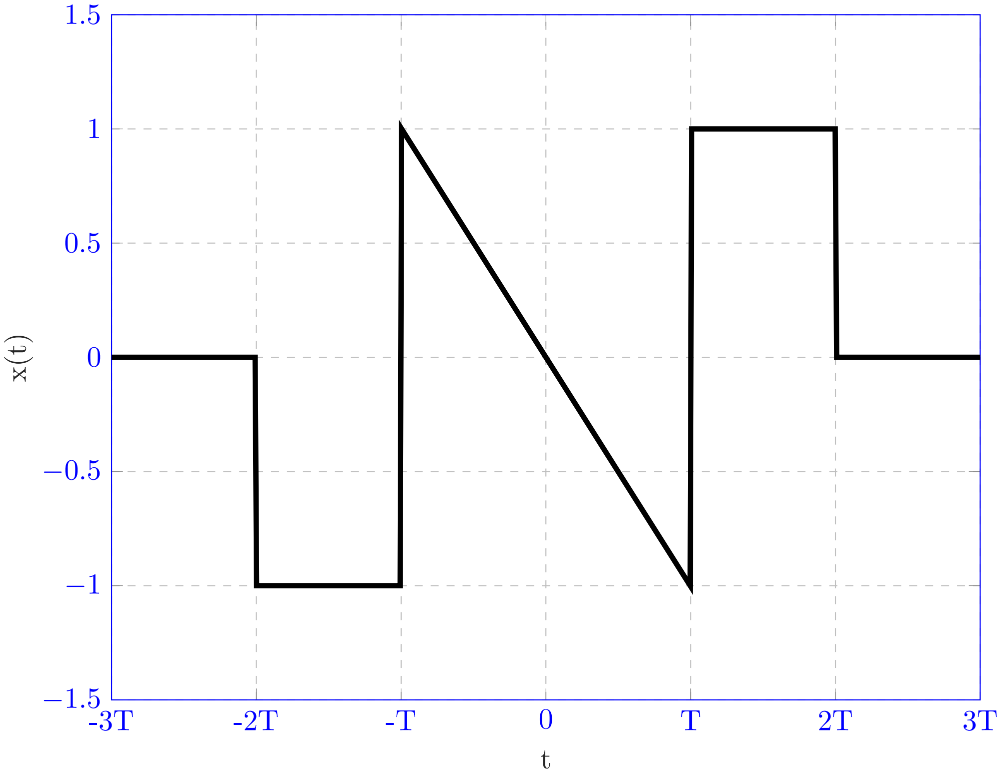
Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Im folgenden wird das Signal

$$x(t) = -\delta_{-1}(t+2T) + \left(1 - \frac{t}{T}\right)\delta_{-1}(t+T) + \left(\frac{t}{T}+1\right)\delta_{-1}(t-T) - \delta_{-1}(t-2T)$$

betrachtet.

(e) Zeichnen Sie die Funktion $x(t)$ im Bereich von $[-3T, 3T]$. (6 P)



(f) Wie lautet die Definition der Fourier-Transformation $X(j\omega)$ des Signals $x(t)$? (1 P)

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt$$

(g) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $X(j\omega)$ von $x(t)$. Fassen Sie dabei, soweit möglich, alle im Ergebnis auftretenden Exponentialterme zu Sinus/Cosinus-Termen zusammen. (12 P)

$$\begin{aligned}
X(j\omega) &= \int_{-2T}^{-T} -e^{-j\omega t}dt + \frac{1}{T}\int_{-T}^{T} -te^{-j\omega t}dt + \int_{T}^{2T} e^{-j\omega t}dt \\
&= \Big[\frac{1}{-j\omega}e^{-j\omega t}\Big]_T^{2T} - \Big[\frac{1}{-j\omega}e^{-j\omega t}\Big]_{-2T}^{-T} - \frac{1}{T}\Big[\frac{e^{-j\omega t}}{(-j\omega)^2}(-j\omega t - 1)\Big]_{-T}^{T} \\
&= \frac{1}{-j\omega}\Big((e^{-2j\omega T} - e^{-j\omega T}) - (e^{j\omega T} - e^{2j\omega T})\Big) - \frac{1}{T}\Big(\frac{e^{-j\omega T}}{-\omega^2}(-j\omega T - 1) - \frac{e^{j\omega T}}{-\omega^2}(j\omega T - 1)\Big) \\
&= \frac{j}{\omega}(2\cos(2\omega T) - 2\cos(\omega T)) + \frac{1}{-\omega^2 T}(j\omega Te^{-j\omega T} + e^{-j\omega T} + j\omega Te^{j\omega T} - e^{j\omega T}) \\
&= \frac{j}{\omega}(2\cos(2\omega T) - 2\cos(\omega T)) - \frac{1}{\omega^2 T}(2j\omega T\cos(\omega T) - 2j\sin(\omega T)) \\
&= \frac{j}{\omega}(2\cos(2\omega T) - 2\cos(\omega T)) - \frac{2j}{\omega^2 T}(\omega T\cos(\omega T) - \sin(\omega T))
\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Gegeben sei die DFT des reellen Signals $v(n)$ der Länge M mit dem Mittelwert $8/M$:

$$V_M(\mu) = \begin{cases} 20 + j\frac{1}{2} & , \mu = 1 \\ re^{j\phi} & , \mu = 2 \\ 11\angle 30° & , \mu = 3 \\ 8 & , \mu = 4 \\ 0 & , \mu = 5, 6, \ldots \frac{M}{2} \\ \text{unbekannt} & , \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) Bestimmen Sie die fehlenden Werte der DFT $V_M(\mu)$. (6 P)

(i) Der Wert $V_M(0)$.

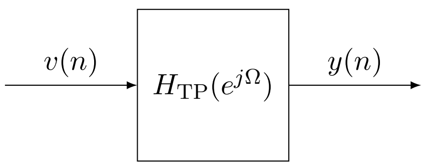
(ii) Die Werte $V_M(M-1)$, $V_M(M-2)$, $V_M(M-3)$ und $V_M(M-4)$.

(iii) Die verbleibenden Werte von $V_M(\mu)$ für $\mu = \frac{M}{2}+1, \frac{M}{2}+2, \ldots, M-5$.

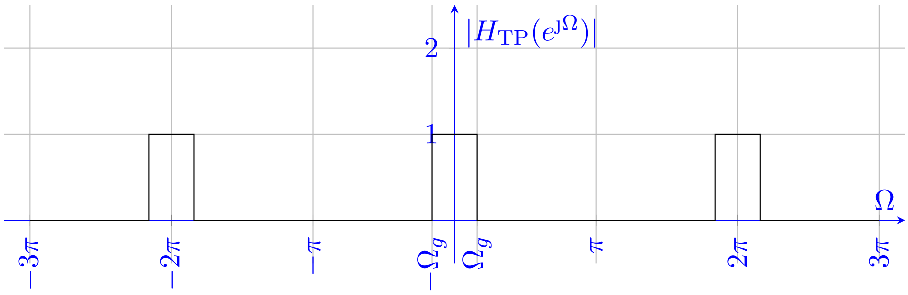
$$\begin{aligned} V_M(0) &= 8, \\ V_M(M-1) &= 20 - j0.5, \\ V_M(M-2) &= re^{-j\phi}, \\ V_M(M-3) &= 11\angle -30°, \\ V_M(M-4) &= 8, \\ V_M(\mu) &= 0, \forall \mu = \frac{M}{2}+1, \frac{M}{2}+2, \ldots, M-5. \end{aligned}$$

(b) Lässt sich das Spektrum $V_M(\mu)$ rekonstruieren, wenn das Signal $v(n)$ komplex ist? Begründen Sie ihre Antwort! (2 P)
Das Spektrum lässt sich rekonstruieren. Angenommen $v(n) = jv_{im,ge}(n) + jv_{im,un}(n)$, dann gilt für das Spektrum $V(e^{j\Omega}) = jV_{im,ge}(e^{j\Omega}) + V_{re,un}(e^{j\Omega})$ und $V(e^{-j\Omega}) = -V^*(e^{j\Omega})$.

Das oben gegebene Signal $v(n)$ durchläuft die abgebildete Verarbeitungskette. Bei der Übertragungsfunktion handelt es sich um ein ideales, reelles Tiefpassfilter $H_{\mathrm{TP}}(e^{j\Omega})$ mit der Grenzfrequenz $\Omega_{\mathrm{g}} = \frac{2\pi}{M}\mu_{\mathrm{g}} = \frac{3\pi}{M}$.



(c) Skizzieren Sie den Betragsfrequenzgang eines idealen, reellen Tiefpassfilters $|H_{\mathrm{TP}}(e^{j\Omega})|$ im Bereich $-2\pi \leqslant \Omega \leqslant 2\pi$ für die oben angegebene Grenzfrequenz. (4 P)



(d) Welche Werte nimmt das gefilterte Signal $Y_M(\mu) = \mathrm{DFT}_M\{y(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, ..., M-1\}$ an. (6 P)

$$Y_M(\mu) = \begin{cases} 8 & , \mu = 0 \\ 20 + j\frac{1}{2} & , \mu = 1 \\ 0 & , \mu = 2 \\ 0 & , \mu = 3 \\ 0 & , \mu = 4 \\ 0 & , \mu = 5, 6, ... \frac{M}{2} \\ 0 & , \mu = \frac{M}{2}+1, \frac{M}{2}+2, ..., M-5 \\ 0 & , \mu = M-4 \\ 0 & , \mu = M-3 \\ 0 & , \mu = M-2 \\ 20 - j\frac{1}{2} & , \mu = M-1. \end{cases}.$$

(e) Welche Art der Filterung müssen Sie durchführen, um nur den Frequenzanteil an der Stelle $\mu = 4$ zu erhalten? Geben Sie die Grenzfrequenzen in gleicher Form an, wie sie für das Tiefpassfilter angegeben sind. (3 P)
Das Signal muss bandpassgefilter werde $H_{\mathrm{BP}}(e^{j\Omega})$, mit den Grenzfrequenzen z.B.: $\Omega_l = \frac{2\pi}{M}\mu_l = \frac{7\pi}{M}$ und $\Omega_h = \frac{2\pi}{M}\mu_h = \frac{9\pi}{M}$.

(f) Berechnen Sie das Ausgangssignal $y(n)$ indem Sie die Transformationsformel der inversen DFT anwenden. Vereinfachen Sie soweit es geht! (9 P)

$$\begin{aligned} y(n) &= \frac{1}{M} \sum_{\mu=0}^{M-1} V_M(\mu) e^{j\mu\frac{2\pi}{M}n} \\ &= \frac{1}{M}\left(8e^{j0\frac{2\pi}{M}n} + \left(20 + j\frac{1}{2}\right)e^{j1\frac{2\pi}{M}n} + \left(20 - j\frac{1}{2}\right)e^{j(M-1)\frac{2\pi}{M}n}\right) \\ &= \frac{1}{M}\left(8 + \left(20 + j\frac{1}{2}\right)e^{j\frac{2\pi}{M}n} + \left(20 - j\frac{1}{2}\right)e^{jM\frac{2\pi}{M}n}e^{-j\frac{2\pi}{M}n}\right) \\ &= \frac{1}{M}\left(8 + \left(20 + j\frac{1}{2}\right)e^{j\frac{2\pi}{M}n} + \left(20 - j\frac{1}{2}\right)e^{j2\pi n}e^{-j\frac{2\pi}{M}n}\right) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \frac{1}{M}\left(8 + \left(20 + j\frac{1}{2}\right)e^{j\frac{2\pi}{M}n} + \left(20 - j\frac{1}{2}\right)e^{-j\frac{2\pi}{M}n}\right)\\
&= \frac{1}{M}\left(8 + 20\left(e^{j\frac{2\pi}{M}n} + e^{-j\frac{2\pi}{M}n}\right) + j\frac{1}{2}\left(e^{j\frac{2\pi}{M}n} - e^{-j\frac{2\pi}{M}n}\right)\right)\\
&= \frac{1}{M}\left(8 + 40\cos\left(\frac{2\pi}{M}n\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{M}n\right)\right).
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3 (36 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei die kontinuierliche Sprungantwort

$$h_{-1}(t) = \sum_{n=1}^{N} \left(e^{\alpha t}\right)^n \delta_{-1}(t)$$

eines Systems mit $\alpha \in \mathbb{R}$ und $N \in \mathbb{N}$.

(a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $H(s)$ des Systems in Abhängigkeit der Parameter α und N. (3 P)

Die Übertragungsfunktion kann aus der Sprungfunktion wie folgt bestimmt werden (siehe Skript S. IV-38):

$$H(s) = s\,\mathcal{L}\left\{h_{-1}(t)\right\}.$$

Somit folgt mit der Korrespondenz

$$\mathcal{L}\left\{e^{s_\infty t}\,\delta_{-1}(t)\right\} = \frac{1}{s - s_\infty}$$

für die Übertragungsfunktion dieses System:

$$H(s) = s \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{s - n\alpha} = \sum_{n=1}^{N} \frac{s}{s - n\alpha}.$$

(b) Welcher Wertebereich ist für den Parameter α zulässig, damit das System stabil ist? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Damit das System stabil ist, müssen alle Polstellen $s_{\infty,i}$ in der linken geschlossenen Halbebene liegen, d.h. es muss gelten $\mathrm{Re}\{s_{\infty,i}\} < 0$ mit $i \in \{1, ..., N\}$. Für die Polstellen des Systems gilt $s_{\infty,i} = i\alpha$ mit $i \in \{1, ..., N\}$. Somit muss gelten $\alpha < 0$!

Im Folgenden gelte $N = 3$ und $\alpha = -1$.

(c) Zeichnen Sie das zugehörige Pol-Nullstellen-Diagramm. (8 P)

Zunächst muss die Übertragungsfunktion so zusammengefasst werden, dass die Pol- und Nullstellen direkt aus der Übertragungsfunktion abgelesen werden können.

$$\begin{aligned}
H(s) &= \sum_{n=1}^{N} \frac{s}{s - n\alpha} \\
&\quad \text{Einsetzen, dass } \alpha = -1 \text{ und } N = 3 \\
H(s) &= \sum_{n=1}^{3} \frac{s}{s + n} \\
&= \frac{s}{s+1} + \frac{s}{s+2} + \frac{s}{s+3} \\
&= s\,\frac{(s+2)(s+3) + (s+1)(s+3) + (s+1)(s+2)}{(s+1)(s+2)(s+3)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= s\,\frac{s^2+5s+6+s^2+4s+3+s^2+3s+2}{(s+1)(s+2)(s+3)}\\
&= s\,\frac{3s^2+12s+11}{(s+1)(s+2)(s+3)}\\
&= 3\,\frac{s\left(s^2+4s+\frac{11}{3}\right)}{(s+1)(s+2)(s+3)}
\end{aligned}
$$

Die Polstellen lassen sich direkt ablesen und lauten:

$$
\begin{aligned}
s_{\infty,1} &= -1\\
s_{\infty,2} &= -2\\
s_{\infty,3} &= -3.
\end{aligned}
$$

Die Nullstellen müssen durch Nullsetzen errechnet werden. Aus

$$s\left(s^2+4s+\frac{11}{3}\right)=0$$

lässt sich die erste Nullstelle $s_{0,1}=0$ bestimmen. Die restlichen beiden Nullstellen ergeben sich zu:

$$
\begin{aligned}
s^2+4s+\frac{11}{3} &= 0\\
(s+2)^2 &= \frac{1}{3}\\
s+2 &= \pm\frac{1}{\sqrt{3}}\\
s_{0,2} = -2-\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ und } s_{0,3} &= -2+\frac{1}{\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

Das Pol-Nullstellen-Diagramm ergibt sich somit zu:

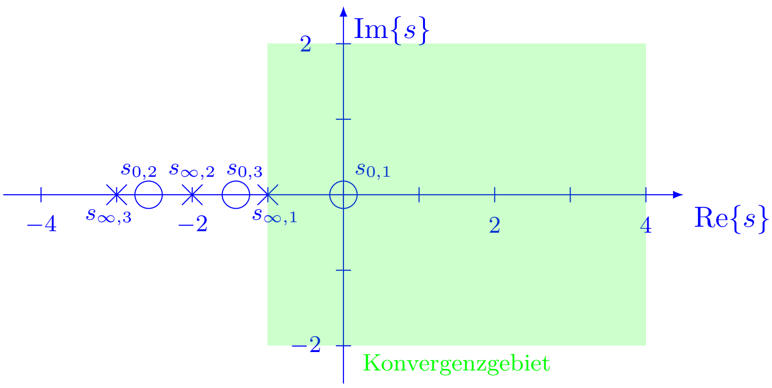


Abbildung 1: Pol-Nullstellen-Diagramm

(d) Bestimmen Sie das Konvergenzgebiet der Übertragungsfunktion und begründen Sie Ihre Antwort. Kennzeichnen Sie das Konvergenzgebiet zusätzlich in dem Pol-/Nullstellendiagramm aus Aufgabenteil (c). (3 P)

Das Konvergenzgebiet kann an den Polstellen der Übertragungsfunktion abgelesen werden. Hierbei gilt:

$$H(s) = \underbrace{\frac{s}{s+1}}_{\forall s \text{ mit } \mathrm{Re}\{s\} > -1} + \underbrace{\frac{s}{s+2}}_{\forall s \text{ mit } \mathrm{Re}\{s\} > -2} + \underbrace{\frac{s}{s+3}}_{\forall s \text{ mit } \mathrm{Re}\{s\} > -3}$$

Daraus folgt für das Konvergenzgebiet $\mathrm{Re}\{s\} > -1$.

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei ein System mit der Übertragungsfunktion $G(z)$. Das zugehörige Pol-/Nullstellendiagramm ist in Abbildung 2 dargestellt.

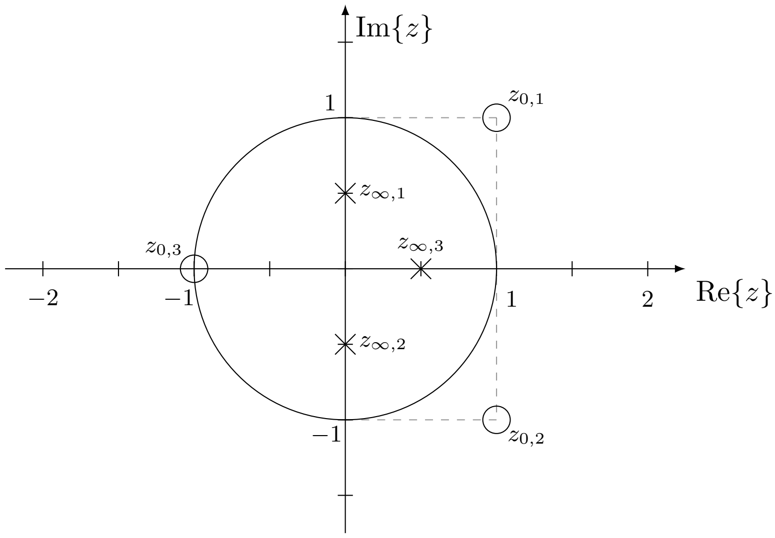


Abbildung 2: Pol-Nullstellen-Diagramm

(e) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des angegebenen Systems in Produktform. (3 P)

Die Übertragungsfunktion kann aus dem Pol-Nullstellendiagramm abgelesen werden und lautet:

$$G(z) = K \frac{(z-(1+j))\,(z-(1-j))\,(z+1)}{\left(z-\frac{1}{2}j\right)\left(z+\frac{1}{2}j\right)\left(z-\frac{1}{2}\right)}$$

Dabei stellt K den Verstärkungsfaktor des Systems dar!

(f) Formen Sie das angegebene System so um, dass es aus einem minimalphasigen Anteil und einem Allpass-Anteil besteht. Geben Sie jeweils das Pol-Nullstellendiagramm sowie die Übertragungsfunktion des minimalphasigen Anteils und des Allpass-Anteils an! (8 P)

Das System ist minimalphasig, wenn alle Nullstellen im oder auf dem Einheitskreis liegen, d.h. wenn gilt $|z_{0,i}| \leq 1$ für alle i. Die Nullstellen $z_{0,1}$ und $z_{0,2}$ liegen außerhalb des Einheitskreises, wodurch das System gemischtphasig ist. Das System kann nun in einen minimalphasigen Anteil $G_{\text{minimalphasig}}(z)$ und einen Allpass-Anteil $G_{\text{Allpass}}(z)$ aufgeteilt werden, sodass gilt $G(z) = G_{\text{minimalphasig}}(z) \cdot G_{\text{Allpass}}(z)$.

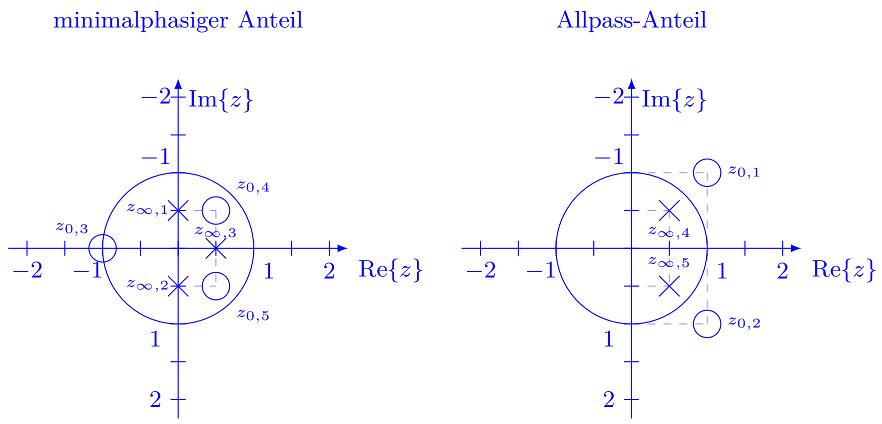


Abbildung 3: Pol-Nullstellendiagramme des minimalphasigen und des Allpass-Anteils des Systems mit der Übertragungsfunktion $G(z)$

So lassen sich die Übertragungsfunktionen des minimalphasigen Anteils

$$G_{\text{minimalphasig}}(z) = \frac{\left(z - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\right)\right)\left(z - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}j\right)\right)(z+1)}{\left(z - \frac{1}{2}j\right)\left(z + \frac{1}{2}j\right)\left(z - \frac{1}{2}\right)}$$

und des Allpass-Einteils

$$G_{\text{Allpass}}(z) = K\,\frac{(z-(1+j))\,(z-(1-j))}{\left(z - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}j\right)\right)\left(z - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}j\right)\right)}$$

bestimmen. Hierbei wurde der Verstärkungsfaktor K zu dem Allpass-Anteil hinzugefügt. Eine Zuordnung zum minimalphasigen Anteil oder eine Aufteilung des Verstärkungsfaktors wäre aber ebenso möglich!

(g) Geben Sie den Betragsfrequenzgang des Allpass-Anteils des Systems an! (2 P)
Der Betragsfrequenzgang eines Allpass-Filters ist immer der Verstärkungsfaktor des Allpass-Filters und beträgt in diesem Fall

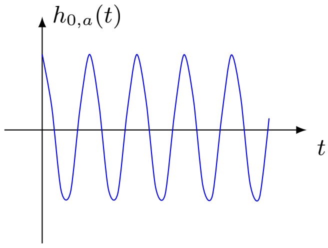
$$\left|H_{\text{Allpass}}\left(e^{j\Omega}\right)\right| = K.$$

Wäre der Verstärkungsfaktor dem minimalphasigen Anteil zugeordnet worden, so würde sich für den Betragsfrequenzgang ergeben:

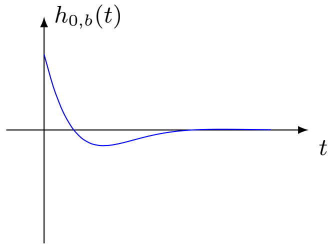
$$\left|H_{\text{Allpass}}\left(e^{j\Omega}\right)\right| = 1.$$

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

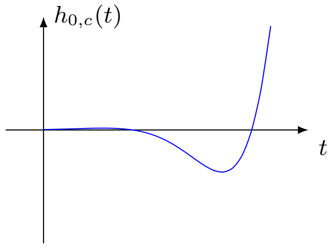
Gegeben seien die Impulsantworten



Impulsantwort $h_{0,a}(t)$

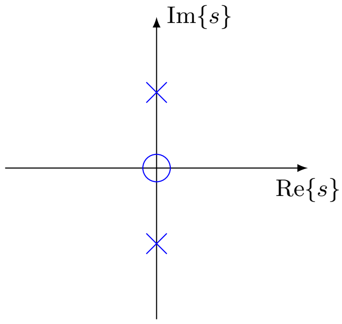


Impulsantwort $h_{0,b}(t)$

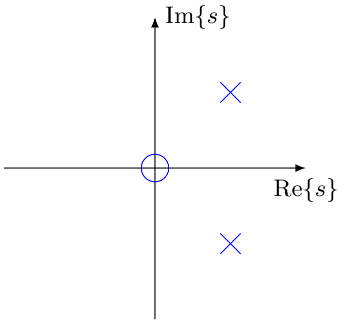


Impulsantwort $h_{0,c}(t)$

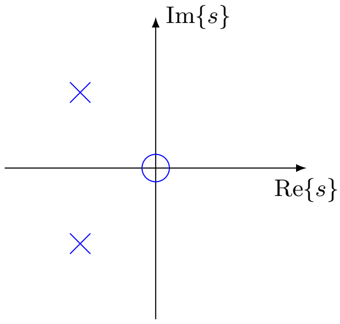
sowie die folgenden Pol-/Nullstellendiagramme:



PN-Diagramm 1



PN-Diagramm 2



PN-Diagramm 3

(h) Ordnen Sie den Impulsantworten die zugehörigen Pol-Nullstellendiagramme zu und begründen Sie Ihre Entscheidung! (5 P)

Ein kontinuierliches System ist stabil, wenn sich die Polstellen in der linken offenen s-Halbebene befinden, d.h. wenn gilt $\mathrm{Re}\{s_\infty\} < 0$. Befinden sich die Polstellen auf der imaginären Achse, d.h. wenn gilt $\mathrm{Re}\{s_\infty\} = 0$, ist das System grenzstabil. Andernfalls ist das System instabil. Hierdurch lassen sich folgende Zuordnungen treffen:

- Die Impulsantwort $h_{0,a}(t)$ und das PN-Diagramm 1 gehören zusammen. Die Polstellen liegen auf der imaginären Achse, das System ist demnach grenzstabil. Dieses sieht man zudem an der Impulsantwort, da diese weder aufschwingt noch abklingt und eine konstante Amplitude aufweist.
- Die Impulsantwort $h_{0,b}(t)$ gehört zu dem PN-Diagramm 3. Die Impulsantwort klingt ab, das System ist also stabil. Dieses sieht man auch an den Polstellen, die sich in der linken offenen s-Halbebene befinden.
- Die Impulsantwort $h_{0,c}(t)$ ist dem PN-Diagramm 2 zuzuordnen. Die Impulsantwort schwingt auf, das System ist also instabil. Dieses wird auch durch die Lage der Polstellen im PN-Diagramm deutlich, da diese sich in der rechten s-Halbebene befinden.

(i) Welche Aussage lässt sich über die Übertragung eines Gleichanteils über die drei Systeme aussagen? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

Da alle Systeme an der Stelle $s = 0$ eine Nullstelle aufweisen, wird der Gleichanteil eines Signals bei einer Übertragung durch alle drei Systeme unterdrückt.

Dies ist eine leere Seite.