Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2017/2018

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 06.03.2018

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/40	/30	/30

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur WS 2017/2018

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	06.03.2018
Zeit:	9:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	OHP5, Chemie II

Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Fünf Minuten und eine Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden.
- Alle Hilfsmittel – außer die Kommunikation mit anderen Personen – sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 (40 Punkte)

Gegeben sei das folgende Signal:

$$v(t) = |\sin(\omega_0 t)|$$

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

(a) Skizzieren Sie das Signal im Bereich $t \in [0, T_0]$ mit $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$. Beschriften Sie alle Achsen. (5 P)

(b) Geben Sie die Periode von $v(t)$ an. (2 P)

(c) Berechnen Sie die komplexen Koeffizienten c_μ der Fourier-Reihe des Signals $v(t)$. (15 P)

(d) Geben Sie das Spektrum $V(j\omega)$ an und skizzieren Sie es für $\omega \in [-6\omega_0, 6\omega_0]$. Beschriften Sie alle Achsen. (8 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Das Signal werde nun mit der Abtastperiode $T_\text{A} = \frac{T_0}{\alpha}$ abgetastet, so dass das diskrete Signal $v_\text{A}(n)$ entsteht.

(e) Geben Sie das Signal $v_\text{A}(n)$ an. (3 P)

(f) Überprüfen Sie $v_\text{A}(n)$ für folgende Fälle auf Periodizität und bestimmen Sie die Periodendauer, falls möglich. (4 P)

(i) $\alpha = 8$

(ii) $\alpha = \pi$

(g) Für welche Werte von α lässt sich das zugrundeliegende Signal $v(t)$ wieder aus dem abgetasteten Signal $v_\text{A}(n)$ rekonstruieren. (3 P)

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben seien die diskreten Fourier-Transformierten der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$:

$$V_{1,4}(\mu) = \begin{cases} 5 & , \mu = 0 \\ 2+j & , \mu = 1 \\ -1 & , \mu = 2 \\ 2-j & , \mu = 3 \end{cases}, \qquad V_{2,4}(\mu) = \begin{cases} 4 & , \mu = 0 \\ 1-j & , \mu = 1 \\ -2 & , \mu = 2 \\ 1+j & , \mu = 3 \end{cases}.$$

(a) Skizzieren Sie den Betrag der diskreten Folgen $V_{1,4}(\mu)$ und $V_{2,4}(\mu)$ mit allen Achsenbeschriftungen für $\mu \in \{-4, -3, ..., 2, 3\}$. Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. (4 P)

(b) Aus der Vorlesung Signale und Systeme I ist Ihnen bekannt, dass die diskrete Fourier-Transformation $V_M(\mu)$ einer Folge $v(n)$ M-periodisch ist. Beweisen Sie diese Eigenschaft durch eine Rechnung, ohne die Zahlen für M und $v(n)$ einzusetzen. (8 P)

(c) Bestimmen Sie die diskrete Fourier-Transformation $V_{z,M}(\mu)$ der zyklischen Faltung $v_z(n) = v_1(n) \circledast v_2(n)$ für $M = 4$ und $\mu \in \{0, 1, ..., 3\}$. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei die Impulsantwort $h_0(n)$:

$$h_0(n) = a^n \left[\gamma_{-1}(n) - \gamma_{-1}(n-N)\right]$$

eines zeitdiskreten Systems mit $\{a \in \mathbb{R}\backslash 0 \mid |a| < 1\}$ und $N \in \mathbb{N}$.

(a) Berechnen Sie die zeitdiskrete Fourier-Transformation $H(e^{j\Omega})$ der Folge $h_0(n)$. (6 P)

(b) Berechnen Sie das Betragsquadrat der Übertragungsfunktion $|H(e^{j\Omega})|^2$ für die Parameter $a = \frac{1}{3}$ und $N = 2$. Vereinfachen Sie das Ergebnis soweit, dass im Zähler und Nenner Kosinus- bzw. Sinus-Terme stehen. (8 P)

(c) Welche Art von Filter produziert diese Impulsantwort? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Aufgabe 3 (30 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion:

$$H_d(z) = \frac{z^2 - 2z + 1}{z^2 + z + 1}$$

(a) Zeichnen Sie das Pol-/Nullstellendiagramm. (4 P)

(b) Um welche Art Filter handelt es sich bei dem angegebenen System:
- Hochpass/Bandpass
- Tiefpass/Bandsperre
- Hilbertfilter
- Allpass

Wählen Sie aus den vier Möglichkeiten aus und begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(c) Ist das angegebene System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(d) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_d(n)$ des Systems. (6 P)

(e) Geben Sie die Differenzengleichung an, die den Zusammenhang zwischen Eingang $v(n)$ und Ausgang $y(n)$ des Systems beschreibt. (3 P)

(f) Ist das angegebene System rekursiv? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben sei folgende Impulsantwort:

$$h_0(t) = \left[\sum_{i=0}^{2} e^{-\alpha_i t} \right] \delta_{-1}(t)$$

(g) Für welche α_i, $i \in \{0, ..., 2\}$ ist das angegebene System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Im Folgenden sei $\alpha_0 = 3$, $\alpha_1 = 1 + j$ und $\alpha_2 = 1 - j$

(h) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $H_0(s) = \mathcal{L}\{h_0(t)\}$. Vereinfachen Sie so weit wie möglich! (5 P)

(i) Ist das angegebene System minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(j) Ist das angegebene System reellwertig? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)