Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2020

Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt

Datum: 25.09.2020

Name: ______________________________

Matrikelnummer: ______________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ______________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/39	/31	/30

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ______________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2020

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Ort:	OHP5 - Chemie I & II
Datum:	25.09.2020
Beginn:	12:00 h
Einlesezeit:	10 Minuten
Bearbeitungszeit:	90 Minuten

Hinweise

- Legen Sie Ihren Studierendenausweis oder Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Dabei verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** der Klausur einen **neuen Papierbogen**. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Verwenden Sie zum Schreiben **weder Bleistift noch Rotstift**.
- Alle Hilfsmittel – außer solche, die die Kommunikation mit anderen Personen ermöglichen – sind erlaubt. Nicht zugelassene Hilfsmittel sind außer Reichweite aufzubewahren und auszuschalten.
- Die direkte Kommunikation mit Personen, die nicht der Klausuraufsicht zuzuordnen sind, ist grundsätzlich ebenfalls untersagt.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden. Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Sollten Sie sich während der Klausur durch äußere Umstände bei der Bearbeitung der Klausur beeinträchtigt fühlen, ist dies unverzüglich gegenüber der Klausuraufsicht zu rügen.
- 5 Minuten und 1 Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter und das **Deckblatt mit Ihrer Unterschrift** mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden. Jede Form der Kommunikation wird zu diesem Zeitpunkt noch als **Täuschungsversuch** gewertet.
- Während der **Einlesezeit ist ausschließlich das Durchblättern der aktuellen Klausur erlaubt**, darüber hinaus sind alle Schreibutensilien abzulegen. Jede Zuwiderhandlung wird als **Täuschungsversuch** geahndet.

Aufgabe 1 (39 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei das Signal $v(n)$ mit der Abtastperiode $T_\mathrm{A} = \frac{T_0}{4}$:

$$v(n) = \mathrm{Re}\{e^{j\frac{\pi}{2}(n+1)}\}.$$

(a) Das zeitdiskrete Signal $v(n)$ soll durch lineare Interpolation in das zeitkontinuierliche Signal $u(t)$ überführt werden. Skizzieren Sie $u(t)$ im Intervall $[-T_0, T_0]$, indem Sie (4 P)

(i) die Stützstellen von $u(t)$ markieren, die durch $v(n)$ vorgegeben sind und

(ii) eine lineare Interpolation durchführen.

Hinweis: Denken Sie an eine vollständige Achsenbeschriftung. Bei der linearen Interpolation wird angenommen, dass unbekannte Funktionswerte auf der Verbindungsgeraden zwischen den zwei benachbarten Stützstellen liegen.

(b) Geben Sie eine mathematische Beschreibung für eine Periode des Signals $u(t)$ an! Zerlegen Sie dazu das Signal in mehrere geeignete Abschnitte! Nutzen Sie Symmetrien zur Vereinfachung der Beschreibung! (4 P)

(c) Das Signal $u(t)$ soll nun durch die Koeffizienten der trigonometrischen Fourier-Reihe ausgedrückt werden. (13 P)

(i) Welche Koeffizienten erwarten Sie?

(ii) Geben Sie das Integral zur Berechnung der Fourier-Reihenkoeffizienten von $u(t)$ an!

(iii) Berechnen Sie eine Lösung des Integrals in Abhängigkeit von μ! Nutzen Sie dabei eine Integraltabelle und die 2π-Periodizität trigonometrischer Funktionen!

Statt $u(t)$ wird nun das zeitkontinuierliche Signal $u_2(t)$ betrachtet, für dessen Fourier-Reihenkoeffizienten gilt:

$$a_\mu = \begin{cases} \frac{2\sin\left(\mu\,\frac{\pi}{2}\right)}{\pi\,\mu^2}, & 0 < \mu \leq 6, \\ 0, & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$b_\mu = 0.$$

(d) Berechnen Sie die Koeffizienten $a_\mu \neq 0$! Welche Periodendauer ergibt sich für den höchsten vorkommenden Frequenzanteil in $u_2(t)$? Wie hoch darf die Abtastperiode T'_A sein, um $u_2(t)$ verlustfrei abzutasten? (4 P)

(e) Erwarten Sie eine höhere oder niedrigere Abtastperiode gemäß Abtasttheorem für das ursprüngliche Signal $u(t)$ im Vergleich zu $u_2(t)$? Begründen Sie ihre Entscheidung! Gehen Sie dabei auf die geometrischen Eigenschaften des Signals $u(t)$ ein. (2 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben seien die folgenden Koeffizienten der trigonometrischen Fourier-Reihe des zeitkontinuierlichen Signals $y(t)$:

$$a_\mu = b_\mu = \begin{cases} 1, & \mu = 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

(f) Geben Sie die Definition der trigonometrischen Fourier-Reihe und das Signal $y(t)$ im Zeitbereich an! (2 P)

(g) Skizzieren Sie jeweils eine Periode der geraden und der ungeraden Signalanteile von $y(t)$. Skizzieren Sie anschließend grob den Verlauf von $y(t)$! (4 P)

Hinweis: Denken Sie an eine vollständige Achsenbeschriftung.

(h) Vereinfachen Sie $y(t)$ so weit, dass nur ein einzelner Sinus- oder Cosinus-Term übrig bleibt! Geben Sie Amplitude, Periodendauer und Phasenverschiebung des vereinfachten Signals an! (6 P)

Aufgabe 2 (31 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben seien die Fourier-Transformierte $V_{1,M}(\mu)$ einer diskreten Folge $v_1(n)$ und die Folge $v(n) = v_1(n) \circledast v_2(n)$, beide der Länge $M = 4$:

$$V_{1,4}(\mu) = \begin{cases} 4, & \mu = 0, \\ 2, & \mu = 1, \\ 1, & \mu = 2, \\ \frac{1}{2}, & \mu = 3, \end{cases} \qquad v(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ \frac{1}{2}, & n = 1, \\ \frac{1}{4}, & n = 2, \\ \frac{1}{4}, & n = 3. \end{cases}$$

(a) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte $\mathrm{DFT}\{v(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. (9 P)

(b) Die Folge $v(n)$ geht aus der zyklischen Faltung der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ hervor. Wie müssen die Werte der Fourier-Transformierten $V_{2,4}(\mu) = \mathrm{DFT}\{v_2(n)\}$ gewählt werden, um auf das richtige Ergebnis zu kommen? Geben Sie die Werte von $V_{2,4}(\mu)$ für $\mu \in \{0, 1, 2, 3\}$ an. (8 P)

(c) Skizzieren Sie den Betrag von $\mathrm{DFT}\{v(n)\}$ für $\mu \in \{0, 1, ..., 6\}$. Achten Sie auf die Achsenbeschriftung und runden Sie auf drei Nachkommastellen!. (4 P)

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Gegeben seien diskrete Folgen $v_\mathrm{a}(n)$ und $v_\mathrm{b}(n)$ der Länge $M = M_\mathrm{a} = M_\mathrm{b} = 3$:

$$v_\mathrm{a}(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 2, & n = 1, \\ 3, & n = 2, \end{cases} \qquad v_\mathrm{b}(n) = \begin{cases} 4, & n = 0, \\ 5, & n = 1, \\ 6, & n = 2. \end{cases}$$

(d) Welche Länge hat jeweils das Ergebnis der zyklischen und der linearen Faltung der beiden oberen Folgen? (2 P)

(e) Führen Sie die zyklische Faltung der beiden Folgen durch. (4 P)

(f) Sie führen eine zyklische Faltung einer reellen geraden Folge $v_\mathrm{re,ge}(n)$ mit einer imaginären geraden Folge $j \cdot v_\mathrm{im,ge}(n)$ durch. Welche geraden, ungeraden, imaginären und reellen Anteile besitzt die Fourier-Transformierte dieser Faltung? (4 P)

Aufgabe 3 (30 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 und 3 gelöst werden.*

Das System $S_1\{\cdot\}$ ist entsprechend der Gleichung

$$y(n) = e^{jv(n)}$$

mit $y(n) = S_1\{v(n)\}$ definiert. Dabei gilt $v(n) \in \mathbb{R}\,\forall\, n$.

(a) Überprüfen Sie das System $S_1\{\cdot\}$ auf (8 P)

- Linearität,
- Kausalität,
- Verschiebungsinvarianz und
- Stabilität.

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 3 gelöst werden.*

Gegeben sei folgende Übertragungsfunktion

$$H_2(s) = \frac{s^2 - 2}{s^3 + 5s^2 + 9s + 5}$$

Hinweis: Eine Polstelle liegt bei $s_{\infty,1} = -1$.

(b) Zeichnen Sie das Pol-/Nullstellendiagramm! Denken Sie hierbei an die korrekte Achsenbeschriftung! (6 P)

(c) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h_{0,2}(t)$ des Systems. (8 P)

(d) Ist das angegebene System minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

Teil 3 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 und 2 gelöst werden.*

Gegeben seien die folgenden Pol-/Nullstellendiagramme (siehe Abbildung 1) sowie die folgenden Betragsfrequenzgänge (siehe Abbildung 2):

(e) Ordnen Sie den Pol-/Nullstellendiagrammen die zugehörigen Betragsfrequenzgänge zu und begründen Sie Ihre Antwort. (6 P)

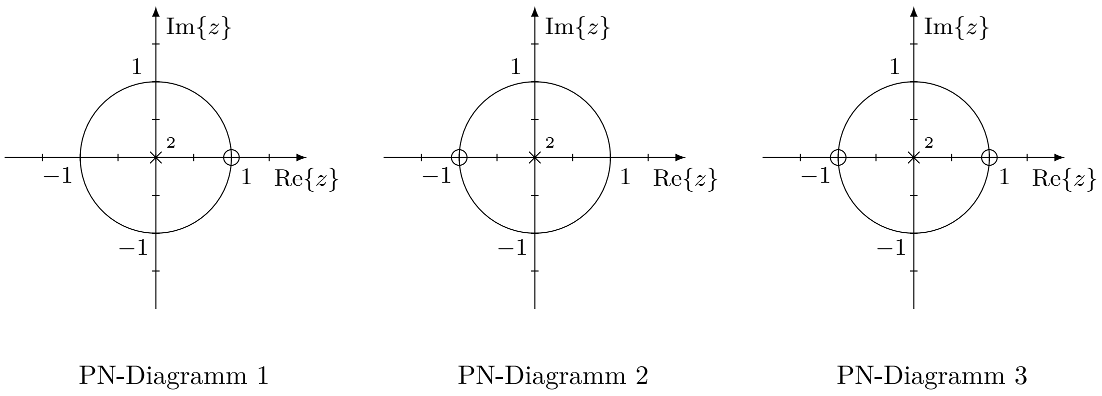

Abbildung 1: PN-Diagramme diskreter Systeme.

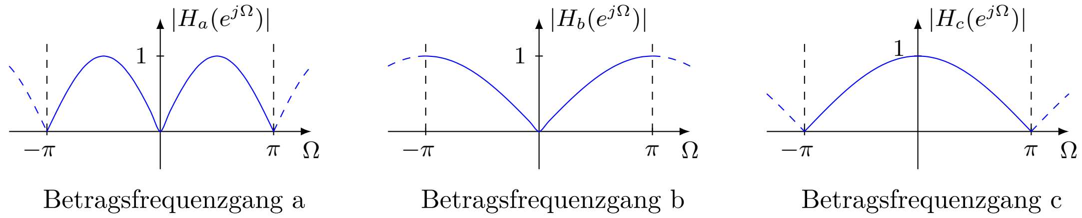

Abbildung 2: Betragsfrequenzgänge diskreter Systeme.

Dies ist eine leere Seite.