TECHNISCHE FAKULTÄT DER CHRISTIAN-ALBRECHTS-UNIVERSITÄT ZU KIEL

DIGITALE SIGNALVERARBEITUNG UND SYSTEMTHEORIE

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2017

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	08.09.2017
Name:	________________________
Matrikelnummer:	________________________

Erklärung der Kandidatin/des Kandidaten vor Beginn der Prüfung

Hiermit bestätige ich, dass ich zur Prüfung angemeldet und zugelassen bin und dass ich prüfungsfähig bin.
Ich nehme zur Kenntnis, dass der Termin für die Klausureinsicht vom Prüfungsamt ET&IT bekannt gegeben wird, sobald mein vorläufiges Prüfungsergebnis im QIS-Portal veröffentlicht wurde. Nach dem Einsichtnahmetermin kann ich meine endgültige Note im QIS-Portal abfragen. Bis zum Ende der Widerspruchsfrist des zweiten Prüfungszeitraums der CAU kann ich beim Prüfungsausschuss Widerspruch gegen dieses Prüfungsverfahren einlegen. Danach wird meine Note rechtskräftig.

Unterschrift: ________________________

Korrektur

Aufgabe	1	2	3
Punkte	/34	/34	/32

Summe der Punkte: ________________ /100

Einsicht/Rückgabe

Hiermit bestätige ich, dass ich die Korrektur der Klausur eingesehen habe und mit der auf diesem Deckblatt vermerkten Bewertung einverstanden bin.

☐ Die Klausurunterlagen verbleiben bei mir. Ein späterer Einspruch gegen die Korrektur und Benotung ist nicht mehr möglich.

Kiel, den ________________ Unterschrift: ________________________

Signale und Systeme I

Modulklausur SS 2017

Prüfer:	Prof. Dr.-Ing. Gerhard Schmidt
Datum:	08.09.2017
Zeit:	9:00 h – 10:30 h (90 Minuten)
Ort:	CAP2 - Frederik-Paulsen-Hörsaal + H

Hinweise

- Schreiben Sie auf **jedes** abzugebende Blatt deutlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**.
- Legen Sie Ihren Studentenausweis und Personalausweis zur Überprüfung bereit.
- Die Aufgaben dürfen erst bearbeitet werden, wenn alle Teilnehmer die Aufgabenstellungen erhalten haben.
- Während der Klausur werden nur Fragen zur Aufgabenstellung beantwortet.
- Verwenden Sie bitte für **jede Aufgabe** einen **neuen** mit **Namen und Matrikelnummer** versehenen Papierbogen. Zusätzliches Papier erhalten Sie auf Anfrage.
- Lösungswege müssen zur Vergabe der vollen Punktzahl immer nachvollziehbar und mit Begründung versehen sein. Sind Funktionen zu skizzieren, müssen grundsätzlich alle Achsen beschriftet werden.
- Verwenden Sie zum Schreiben weder Bleistift noch Rotstift.
- Beachten Sie, dass die Punkteverteilung in den Teilaufgaben nur vorläufig ist!
- Fünf Minuten und eine Minute vor Klausurende werden Ankündigungen gemacht. Wird das **Ende der Bearbeitungszeit** angesagt, darf **nicht mehr geschrieben** werden.
- Legen Sie am Ende der Klausur alle Lösungsbögen ineinander (so, wie sie ausgeteilt wurden) und geben Sie auch die Aufgabenblätter mit ab.
- Bevor alle Klausuren eingesammelt sind, darf weder der Sitzplatz verlassen noch geredet werden.
- Alle Hilfsmittel – außer die Kommunikation mit anderen Personen – sind erlaubt.
- Mobiltelefone sind auszuschalten. Laptops, Tablets und ähnliche Geräte sind nicht erlaubt, da sie als Kommunikationsmittel tauglich sind.
- Die Aufgaben und eine Lösung werden auf der Homepage der Vorlesung veröffentlicht. Dort werden ebenso Termin und Ort der Klausureinsicht bekanntgegeben.

Aufgabe 1 (34 Punkte)

Gegeben ist das zeitkontinuierliche, periodische Signal $v_1(t) = v_1(t + \lambda T_1),\ \lambda \in \mathbb{Z}$ durch:

$$v_1(t) = \sin^3\left(\frac{1}{4}\omega_0 t\right), \quad \omega_0 \in \mathbb{R}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}.$$

(a) Welche Aussagen können Sie über das Spektrum $V_1(j\omega) = \mathcal{F}\{v_1(t)\}$ bezüglich Symmetrien von Real- und Imaginärteil machen? Begründen Sie Ihre Antwort kurz (keine Rechnung erforderlich). (4 P)

(b) Bestimmen Sie das Spektrum $V_1(j\omega)$ und skizzieren Sie $|V_1(j\omega)|$ mit allen Achsenbeschriftungen. (6 P)

(c) Bestimmen Sie die minimale Periodendauer T_1 von $v_1(t)$. (6 P)

Das Signal $v_1(t)$ wird nun mit der Abtastfrequenz $f_A = \frac{1}{T_A}$ mit $T_A = \frac{T_1}{\alpha}$ abgetastet, sodass gilt

$$v(n) = v_1(n \cdot T_A).$$

(d) Geben Sie die Definition des Abtasttheorems an. (3 P)

(e) Bestimmen Sie den Wertebereich für α, für den das Abtasttheorem erfüllt ist. (6 P)

(f) Bestimmen Sie für alle α die Zeitdiskrete Fourier-Transformation $V_{(\alpha)}\left(e^{j\Omega}\right)$ des Signals $v(n) = v_1(n \cdot T_A)$. (4 P)

(g) Skizzieren Sie $\left|V_{(\alpha)}\left(e^{j\Omega}\right)\right|$ für $\alpha = 8$ und $\alpha = 4$ im Intervall $\Omega \in [-2\pi, 2\pi]$. Was fällt Ihnen dabei auf? Welches aus der Signalverarbeitung bekannte Phänomen können Sie beobachten? (5 P)

Hinweis:

$$\sin^3(x) = \frac{1}{4}(3\sin(x) - \sin(3x))$$

Aufgabe 2 (34 Punkte)

Gegeben sind zwei Folgen

$$v_1(n) = \begin{cases} 1 & , n = 0 \\ -2 & , n = 1 \\ 3 & , n = 2 \\ 1 & , n = 3 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}, \qquad v_2(n) = \begin{cases} 1 & , n = 0 \\ 2 & , n = 1 \\ 1 & , n = 2 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}.$$

(a) Skizzieren Sie die Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ mit allen Achsenbeschriftungen für $n \in \{0, 1, ..., 4\}$. (2 P)

(b) Berechnen Sie die lineare Faltung $v_a(n) = v_1(n) * v_2(n)$ der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ für $n \in \{0, 1, ..., 5\}$. (4 P)

(c) Berechnen Sie die zyklische Faltung $v_b(n) = v_1(n) \circledast v_2(n)$ der Länge 4 der Folgen $v_1(n)$ und $v_2(n)$ für $n \in \{0, 1, ..., 3\}$. (4 P)

(d) Berechnen Sie die diskrete Fourier-Transformation $V_{1,M}(\mu)$ der Folge $v_1(n)$ für $M = 4$ und $\mu \in \{0, 1, ..., 3\}$. (6 P)

(e) Berechnen Sie die diskrete Fourier-Transformation $V_{2,M}(\mu)$ der Folge $v_2(n)$ für $M = 4$ und $\mu \in \{0, 1, ..., 3\}$. (6 P)

(f) Berechnen Sie die diskrete Fourier-Transformation $V_{b,M}(\mu)$ der Folge $v_b(n)$ für $M = 4$ und $\mu \in \{0, 1, ..., 3\}$. (6 P)

(g) Berechnen Sie das Produkt $V_4(\mu) = V_{1,4}(\mu) \cdot V_{2,4}(\mu)$. Was fällt Ihnen im Zusammenhang mit $v_b(n)$ auf? Welche Beziehung lässt sich daraus ableiten? (2 P)

(h) Zeigen Sie, dass die nachfolgende Beziehung für $\lambda \in \mathbb{Z}$ richtig ist: (4 P)

$$V_M(\mu + \lambda M) = V_M(\mu).$$

Aufgabe 3 (32 Punkte)

Teil 1 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 2 gelöst werden.*

Gegeben sei nachfolgendes Pol-Nullstellen-Diagramm der Übertragungsfunktion $H_1(s)$

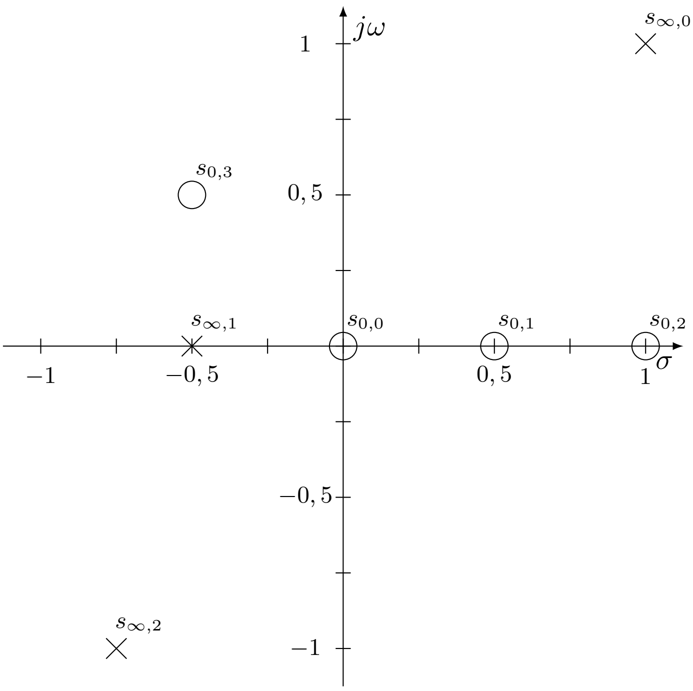

Abbildung 1: Pol-Nullstellen-Diagramm

(a) Ergänzen Sie eine **minimale** Anzahl von zusätzlichen Pol- und Nullstellen, damit das System $H_1(s)$ reelwertig wird. (4 P)

(b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $H_1(s)$ inkl. der zusätzlichen Pol- und Nullstellen an. (3 P)

(c) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit ein kontinuierliches System stabil ist? (2 P)

(d) Das System $H_1(s)$ soll nun mit einem zweitem System $H_2(s)$ zusammengeschaltet werden, sodass gilt $H(s) = H_1(s) \cdot H_2(s)$. Entwerfen Sie ein System $H_2(s)$, sodass $H(s)$ **alle** Kriterien für Stabilität erfüllt. (7 P)
Hinweis: *Es existieren mehrere korrekte Lösungen. Es ist ausreichend, wenn Sie eine angeben.*

Teil 2 *Dieser Aufgabenteil kann unabhängig von Teil 1 gelöst werden.*

Nun werde ein diskretes System $H_d(z)$ betrachtet.

$$H_d(z) = \frac{z^3 - z^2 - 0,25z + 0,25}{z^2}$$

(e) Zeichen Sie das zugehörige Pol- Nullstellen-Diagramm für $H_d(z)$. (5 P)

(f) Geben sie die Differenzengleichung des Systems $H_d(z)$ an. (5 P)

(g) Ist das System kausal? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)

(h) Wie hätten Sie die vorherige Frage bereits bei der Betrachtung der Übertragungsfunktion $H_d(z)$ beantworten können? (2 P)

(i) Ist das System rekursiv? Begründen Sie Ihre Antwort! (2 P)